الجـمـهـورية الجـزائـرية الديمـقـراطية الشعبية
وزارة التـعـليـم العـالـي والبحث العـلـمي
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Ecole Supérieure en Génie Electrique et Energétique Oran

المدرسـة العليـا فـي الهندسـة الكهربائيـة والطاقويـة بوهـران

Travaux Pratiques de Théorie et Traitement du Signal

Dr. Fatima TAHRI

Année universitaire 2019-2020

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

Le Traitement du Signal ne doit pas être vu seulement de façon théorique, au niveau des cours et des travaux dirigés, pour cela ce présent manuscrit de travaux pratiques est conçu pour les étudiants en 3ème année de la formation d'ingénieur d'état en électrotechnique dans le cadre du programme officiel.

Ces travaux pratiques nécessitent le logiciel mathématique de calcul numérique Matlab, pour la simulation des différents aspects du traitement du signal.

TP1: Les Signaux Elémentaires I

But de TP :

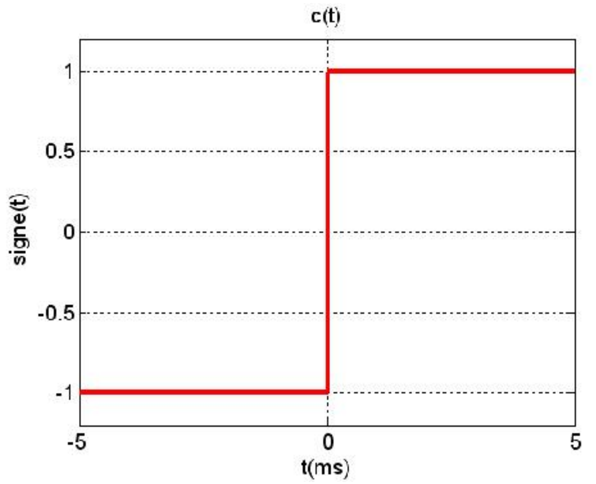
Le but de ce TP est de tracer quelques signaux élémentaires en utilisant les fonctions de Matlab.

Exercice 1 :

Tracer la fonction **signe** en exécutant le programme suivant :

$$C(t) = sign(t)$$

```
fs=250;
dt=1/fs;
t=-5:1/250:5;
T=1
c=(sign(t))
plot(t,c,'r','linewidth',3);
grid on; set(gca,'fontsize',14);
title('le tracé de c(t)')
xlabel(' t(ms) ');
ylim([-1.2 1.2]);
ylabel(' signe(t)');
```



Exercice 2 :

a) Tracer le signal échelon en utilisant la fonction **heaviside**.

b) Tracer le signal échelon à l'aide de la fonction **signe**.

$$C(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Exercice 3 :

a) Tracer le signal rectangulaire à l'aide de la fonction **rectpuls.**

b) Tracer le signal rectangulaire à l'aide des fonctions **heaviside.**

c) Tracer le signal rectangulaire à l'aide des fonctions **signe.**

$$C(t) = rect\left(\frac{t}{2}\right)$$

TP2: Les Signaux Elémentaires II

But de TP :

Le but de ce TP est de tracer quelques signaux élémentaires en utilisant les fonctions de Matlab.

Exercice 1 :

Tracer le signal triangulaire en utilisant la commande **tripuls**

Avec : $A=1$, $² = 2$ et $T=3$

Exercice 2 :

c) Tracer les signaux Dirac $¢\left(t\right)$, $¢\left(t+3\right)$ en utilisant la fonction **gauspuls**.

d) Tracer les deux signaux dans le même graphe.

e) Tracer les mêmes signaux en utilisant la commande **Dirac**.

Exercice 3 :

d) Tracer le signal $\operatorname{sinc}\left(t\right)$ en utilisant les commandes **linspace** et **sinc.**

e) Tracer le signal $\operatorname{sinc}\left(t\right)$ en utilisant la commande **sin.**

$$\operatorname{sinc}\left(t\right)=\frac{\sin\left(®t\right)}{®t}$$

TP3: Produit de Convolution

But de TP :

Le but de ce TP est d'étudier les étapes d'un produit de convolution en utilisant matlab

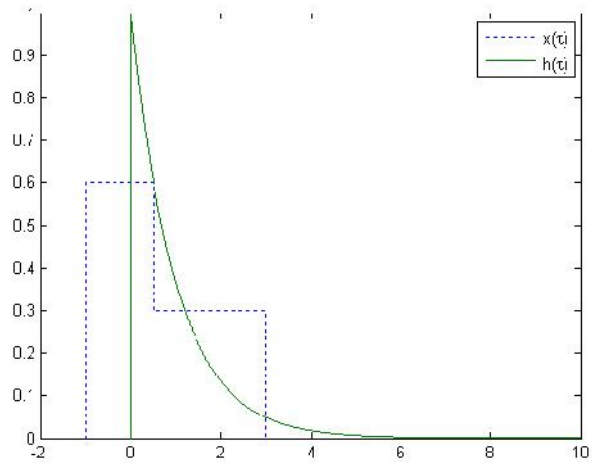
<u>Exercice</u> :

Calculer le produit de convolution $y(t) = x(t) \otimes h(t)$

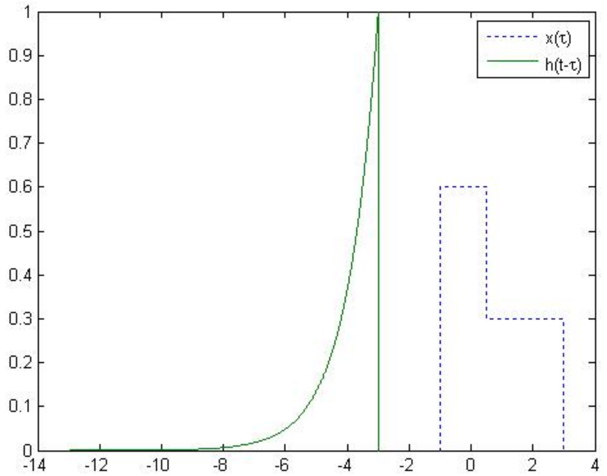
$$x(t) = \begin{cases} 0.6 & -1 \le t \le 0.5 \\ 0.3 & 0.5 \le t \le 3 \\ 0 & t < -1 \; and \; t > 3 \end{cases}$$

$$h(t) = e^{-t}u(t) = \begin{cases} e^{-t} & t \ge 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

```
th1=linspace(0,10,1001);
h1=exp(-th1),
h=[0 h1];
th=[0 th1];
plot(th,h)
tx=[-1 -1 0.5 0.5 3 3];
x=[0 0.6 0.6 0.3 0.3 0];
figure(1);
plot(tx,x,':',th,h)
legend('x(\tau)','h(\tau)')
```

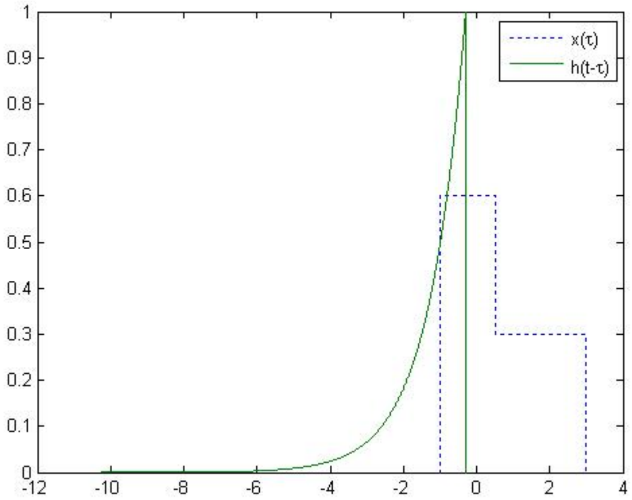



```
t=-3;
figure(2);
plot(tx,x,':',-th+t,h)
legend('x(\tau)','h(t-\tau)')
```



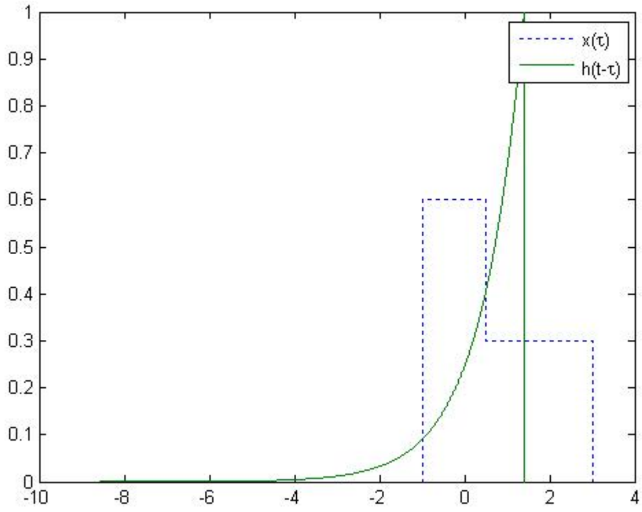

```
t=-0.3;
figure(3);
plot(tx,x,':',-th+t,h)

legend('x(\tau)','h(t-\tau)')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
syms t r
f=0.6*exp(-(t-r));
y=int(f,r,-1,t)
```

$$y(t)=\int_{-1}^{t} x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau=\int_{-1}^{t} 0.6e^{-(t-\tau)}\,d\tau$$



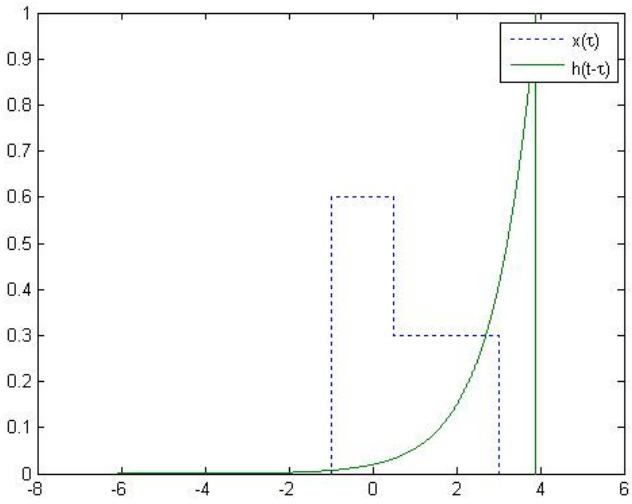

```
t=1.4;
figure(4);
plot(tx,x,':',-th+t,h)
legend('x(\tau)','h(t-\tau)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
syms t r
f1=0.6*exp(-(t-r));
f2=0.3*exp(-(t-r));
y=int(f1,r,-1,0.5)+int(f2,r,0.5,t)
```

$$y(t)=\int_{-1}^{0.5} 0.6e^{-(t-\tau)}\,d\tau+\int_{0.5}^{t} 0.3e^{-(t-\tau)}\,d\tau=0.6e^{-t}\int_{-1}^{0.5} e^{\tau}\,d\tau+0.3e^{-t}\int_{0.5}^{t} e^{\tau}\,d\tau$$




```
t=3.9;
figure(5);
plot(tx,x,':',-th+t,h)
xlim([-8 6])
legend('x(\tau)','h(t-\tau)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
syms t r
f1=0.6*exp(-(t-r));
f2=0.3*exp(-(t-r));
y=int(f1,r,-1,0.5)+int(f2,r,0.5,3)
```

$$y(t)=\int_{-1}^{0.5} 0.6e^{-(t-\tau)}d\tau+\int_{0.5}^{3} 0.3e^{-(t-\tau)}d\tau=0.6e^{-t}\int_{-1}^{0.5} e^{\tau}d\tau+0.3e^{-t}\int_{0.5}^{3} e^{\tau}d\tau$$



TP4: Série de Fourier

But de TP :

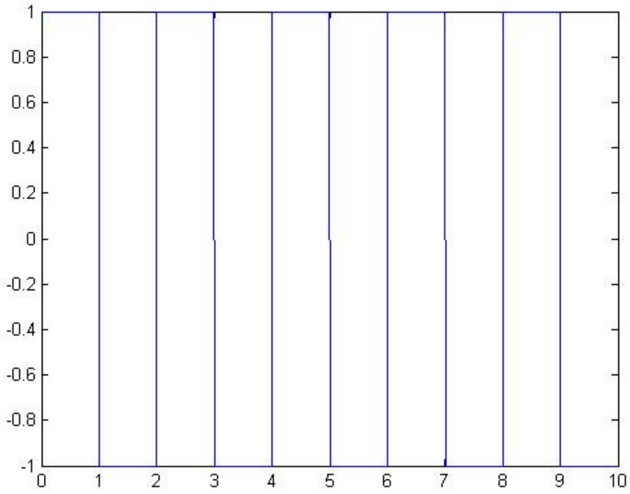
Le but de ce TP est de décomposer un signal en série de Fourier en utilisant Matlab.

<u>Exercice</u> :

Soit le signal périodique :

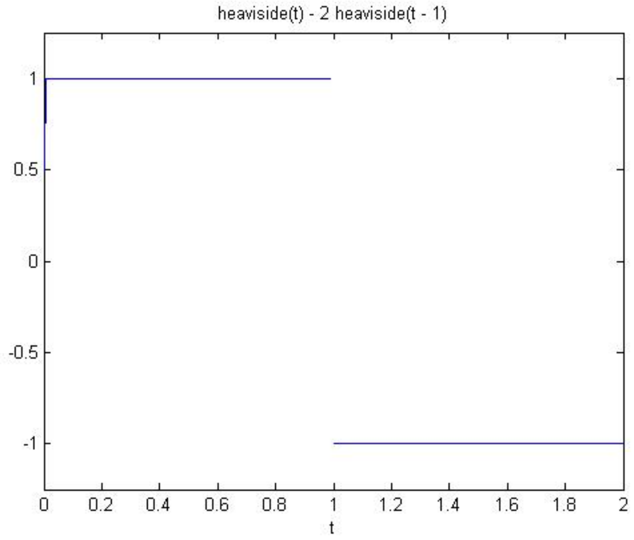
$$x(t)=\begin{cases}1 & 0\le t\le 1\\ -1 & 1\le t\le 2\end{cases}$$

```
t1=0:0.01:1;
t2=1:0.01:2;
x1=ones(size(t1));
x2=-ones(size(t2));
x=[x1 x2];
xp=repmat(x,1,5);
t=linspace(0,10,length(xp));
plot(t,xp)
```



Le traçage de $x(t)$ sur une période :

```
%%%%%%  x(t) sur une période
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
syms t
x=heaviside(t)-2*heaviside(t-1);
ezplot(x,[0 2]);
```



La décomposition en série de Fourier en **forme complexe** est **:**

$$\boxed{x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jn\mu_0 t}}$$

Avec : $\boxed{C_n=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)e^{-jn\mu_0 t}dt}$

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
n=-2:2;
t0=0;
T=2;
w=2*pi/T;
c=(1/T)*int(x*exp(-j*n*w*t),t,t0,t0+T)

xx=sum(c.*exp(j*n*w*t))
ezplot(xx,[0 10])
title('Approximation with 5 terms')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

n=-5:5;
c=(1/T)*int(x*exp(-j*n*w*t),t,t0,t0+T);
xx=sum(c.*exp(j*n*w*t));
ezplot(xx,[0 10])
title('Approximation with 11 terms')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

n=-10:10;
c=(1/T)*int(x*exp(-j*n*w*t),t,t0,t0+T);
xx=sum(c.*exp(j*n*w*t));
ezplot(xx,[0 10])
title('Approximation with 21 terms')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

n=-30:30;
c=(1/T)*int(x*exp(-j*n*w*t),t,t0,t0+T);
xx=sum(c.*exp(j*n*w*t));
ezplot(xx,[0 10])
title('Approximation with 61 terms')
```

Décomposer la fonction $x(t)$ en **Séries de Fourier trigonométrique (d'Euler)**

$$\boxed{x(t)=\langle x\rangle+\sum_{n=1}^{+\infty}\left[a_n.\cos(n\mu_0 t)+b_n.\sin(n\mu_0 t)\right]}$$

Avec :

$$\boxed{\langle x\rangle=\frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}x(t)\,dt=\overline{x}_{T_0}}$$

$$\boxed{a_n=\frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}x_{T_0}(t).\cos(n\mu_0 t)\,dt}$$

$$\boxed{b_n=\frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}x_{T_0}(t).\sin(n\mu_0 t)\,dt}$$

TP5: Transformée de Fourier

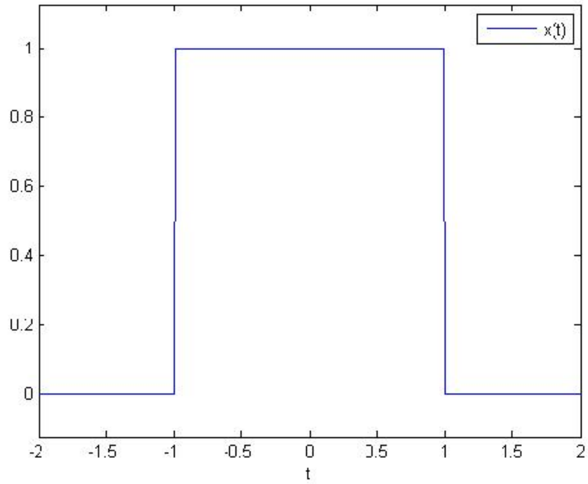
But de TP :

Le but de ce TP est de calculer la transformée de Fourier en utilisant Matlab.

<u>Exercice1</u> :

Soit le signal suivant :

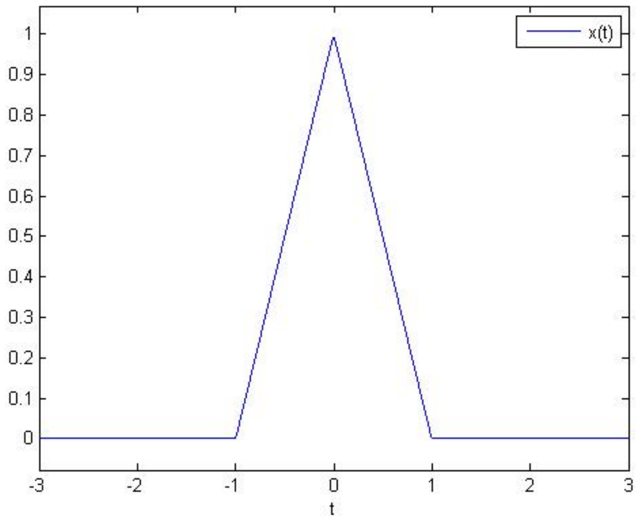
$$x(t)=\begin{cases}1 & -1\le t\le 1\\ 0 & ailleurs\end{cases}$$



1. Tracer la fonction $x(t)$
2. Calculer et tracer la transformée de Fourier de $x(t)$ en utilisant la fonction prédéfinie du Matlab **fourier**.
3. Calculer la transformée de Fourier par le calcul mathématique

<u>Exercice2</u> :

$$x(t)=\begin{cases}t+1, & -1\le t\le 0\\ -t+1, & 0\le t\le 1\end{cases}$$



1. Tracer la fonction $x(t)$
2. Calculer et tracer la transformée de Fourier de $x(t)$ en utilisant la fonction prédéfinie du Matlab **fourier**.
3. Calculer la transformée de Fourier par le calcul mathématique

TP6: Transformée de Laplace

But de TP :

Le but de ce TP est de calculer la transformée de **Laplace** en utilisant Matlab.

Pour trouver la transformée de Laplace on utilise l'instruction : **laplace()**. Pour savoir plus pour la commande **Laplace**, on écrit :
>>**help laplace**

<u>**Exercice1**</u> **:** application

Exécuter les instructions suivantes pour calculer les transformées de laplace des fonctions suivantes

```
%Déclaration des variables symboliques
>>syms a s t w x ;
%calculer la transformée de Laplace
>>laplace(10,t,s)
>>laplace(t^5)
>>laplace(exp(a*s))
>>laplace(sin(w*x),t)
>>laplace(sin(w*x),s)
>>laplace(cos(x*w),w,t)
>>laplace(t^ (3/2),s)
>>laplace(dirac(t),t,s)
```

Transformée inverse de Laplace

<u>**Exercice2**</u> **:** application

%Déclaration des variables symboliques

```
>>syms s t w x y;
%calculer la transformée inverse de Laplace
>>ilaplace(1,t)
>>ilaplace(1/s)
>>ilaplace(1/(s-1))
>>ilaplace(1/(s-1))
>>ilaplace(1/(t^2+1))
>>ilaplace( y/(y^2+w^2),y,x)
>>ilaplace(2*s^(-3))
```

Développement en fraction simple :

Considérons la fonction de transfert

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{num}{den} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \ldots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_n}$$

Où certains des constantes a_i et b_i peuvent être nuls. Dans Matlab les vecteurs lignes **num** et **den** spécifient les coefficients du numérateur et du dénominateur de la fonction du transfert. C'est-à-dire :

$$num = [b_0 \ b_1 \ \ldots b_n]$$
$$den = [1 \ a_1 \ \ldots a_n]$$

Ecriture d'une fonction de transfert avec la commande **tf(num,den) :** lire et comprendre la signification de cette commande **en utilisant le help**

La commande :

$$[r, p, k] = residue(num, den)$$

Calcule les **résidus ('r')**, les **pôles ('p')** et le **terme direct ('k')** du développement en fraction partielle du rapport de deux polynômes $B(s)$ et $A(s)$.

Le développement en fraction partielle de $B(s)/A(s)$ est donné par :

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{r_1}{s-p_1} + \frac{r_2}{s-p_2} + ... + \frac{r_n}{s-p_n} + k(s)$$

r_1, r_2,... r_n sont les **résidus** du développement. p_1, p_2,... p_n sont les **pôles** et $k(s)$ est le terme direct (reste).

La commande **residue (B,A)** calcule les résidus, les pôles et le terme direct (reste**)** de l'expansion du quotient $B(s)/A(s)$. La commande s'écrit :

```
>>[r,p,k]=residue(B,A)
```

Exemple: $H_1(s) = \frac{s+1}{s^2+3s+1}$

1) <u>1er méthode</u> :

Ecrire le programme suivant pour afficher la fonction de transfert $H_1(s)$:

```
>>num=[1 1] ; den=[1 3 1] ;
>>Hs1=tf(num,den)
```

2) <u>2eme méthode</u> :

Faire l'instruction suivante :

```
>>s=tf('s') ; Hs1=(s+1)/(s^2+3*s+1)
```

<u>Exercice 3</u>: Application

Considérons la fonction de transfert suivante:

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s^3+5s^2+3s+6}{s^3+6s^2+11s+6}$$

1) Développer cette fonction en fraction simples par calcul manuel, en calculant les **racines** du dénominateur.

2) Trouver ce résultat par la commande **[r,p,k]=residue(B,A).** Comparer les résultats.

Exercice 4:

Faire la même chose que l'exercice 3 pour les fonctions de transfert suivantes :

$$F_1(s) = \frac{B_1(s)}{A_1(s)} = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

$$F_2(s) = \frac{B_2(s)}{A_2(s)} = \frac{s^2 + s + 1}{s^2 (s+1)^3}$$

$$F_3(s) = \frac{B_3(s)}{A_3(s)} = \frac{2s^2 + 12s + 6}{s(s^2 + 5s + 6)}$$

- La Table des principales transformées de Laplace et leurs propriétés est présentée dans l'Annexe A.

TP7: Echantillonnage et Signaux Discrets

But de TP :

Le but de ce TP est de tracer les signaux échantillonnés en utilisant Matlab.

<u>Exercice1</u> : Echantillonnage d'un signal sinusoïdal.

Le signal à échantillonner est défini par :

y(t) = sin(2πft).

a) Ecrire un programme en Matlab qui trace $y(t)$ et $y(t)$ échantillonné avec la fréquence d'échantillonnage $f_s = 200hz$

Les étapes à suivre :

1. Définition de la marge de variation de 0 à 0.05 avec un pas de f_s^{-1} (200 valeurs de 0 ; avec un pas de 5ms).
2. Définition de la fréquence de $y(t)$.
3. Définition de $y(t)$ signal à étudier
4. Tracer $y(t)$ non échantillonné
5. Crée une nouvelle fenêtre de figure
6. Tracer $y(t)$ échantillonné

b) Que remarquez-vous, interpréter vos résultats.

c) Remplacer la première ligne de votre script par $fs = 1000$ puis par $fs = 2000$.

d) Interpréter vos résultats.

<u>Exercice2</u> : Somme de deux sinusoïdes à des fréquences différentes et échantillonnées à la même fréquence.

Les signaux à échantillonner sont définis par :

$y_1(t) = \sin(2\pi f_1 t)$ et $y_2(t) = \sin(2\pi f_2 t)$

Leur somme est $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$

Prenant la fréquence d'échantillonnage $fs = 4000Hz$. Ecrire un programme en Matlab qui trace $y(t)$.

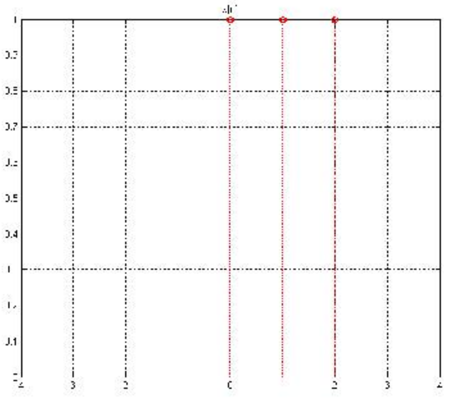
a) Quelle est la fréquence du signal résultant ?

b) Es ce que le théorème de Shannon est respecté ? Expliquer ?

TP8: Produit de Convolution Entre Deux Signaux Echantillonnés

But de TP :

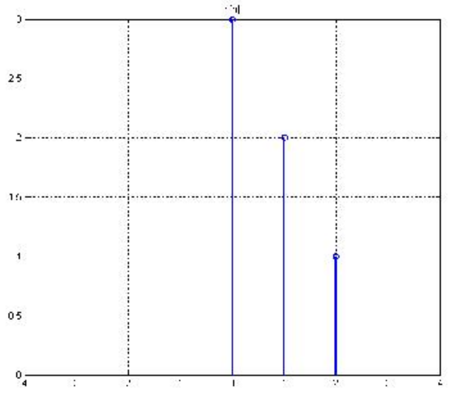
Le but de ce TP est de calculer le produit de convolution des signaux échantillonnés.



<u>Exercice1</u> :

Soit le signal $x[n]=\begin{cases}1, & 0\le n\le 2\\ 0, & ailleurs\end{cases}$

$h[n]=[3,2,1]$ avec $0\le n\le 2$



1. Tracer les étapes du produit de convolution entre les deux signaux $x[n]$ et $h[n]$

2. pour chaque étape, calculer mathématiquement le produit de convolution en utilisant la formule suivante :

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k].h[n-k]$$

La première partie du programme qui trace les deux signaux est donnée par :

```
x=[1 1 1];
h=[3 2 1]
k=0:1:length(x)-1
figure(1);
stem(n1,x,':','r');
xlim([-4 4])

figure(2);
stem(k,h);
xlim([-4 4])
```

TP9: La Transformée de Fourier Rapide FFT

But de TP :

Le but de ce TP est l'analyse spectrale des signaux en utilisant la transformée de Fourier rapide FFT.

Principe de FFT :

On prend les échantillons $x(n)$ et on les divise en 2 parties :

$x(2n) \rightarrow$ Échantillons de rang pair.

$x(2n+1) \rightarrow$ Échantillons de rang impair

$$\boxed{X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}}$$

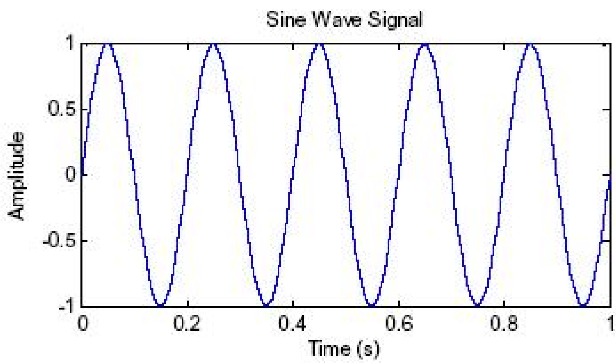
On note : $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n) W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n+1) W_N^{(2n+1)k}$$

$$X(k) = X_1(k) + W_N^k X_2(k)$$

<u>Exercice 1</u> :

Le programme suivant présente la transformée de Fourier rapide FFT d'un signal sinusoïdale de fréquence $5hz$, $x(t) = \sin(2\pi ft)$




```
Fs = 150; % Sampling frequency
t = 0:1/Fs:1; % Time vector of 1 second
f = 5; % Create a sine wave of f Hz.
x = sin(2*pi*t*f)
nfft = 1024; % Length of FFT
% Take fft, padding with zeros so that
length(X)is equal to nfft
X = fft(x,nfft);

% FFT is symmetric, throw away second half

 X = X(1:nfft/2);
% Take the magnitude of fft of x
mx = abs(X);
% Frequency vector
f = (0:nfft/2-1)*Fs/nfft;

% Generate the plot, title and labels.
figure(1);
plot(t,x);
```

```
title('Sine Wave Signal');
xlabel('Time (s)');
ylabel('Amlitude ')

figure(2);
plot(f,mx);
title('Power Spectrum of a Sine Wave');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('Power');
```

1. On amortie la sinusoïde par le signal $y(t) = e^{-0.8t}$

Que remarquez-vous ?

2. Si on ajoute au signal précèdent $x(t)$ une sinusoïde de $50hz$

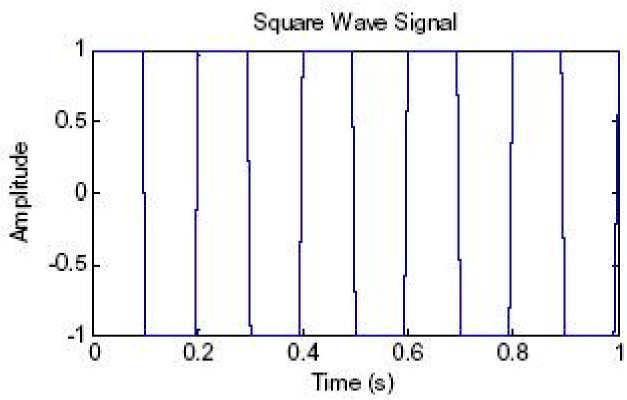
Que remarquez-vous ?

3. Si on ajoute au signal précédent $x(t)$ deux sinusoïdes de fréquence 50 et 70 hz

Que remarquez-vous ?

<u>Exercice 2</u> :

Tracer la transformée de Fourrier rapide FFT d'un signal carré périodique



TP10: Transformation en Z direct et inverse

But de TP :

Le but de ce TP est la transformation en Z et en Z inverse en utilisant les fonctions prédéfinie de Matlab.

Exercice 1 :

Soit la séquence causale :

$f(n) = \{4, 8, 16, ...\} = 2^{n+2}$

a) Trouver sa transformée en Z.

b) utiliser le programme suivant pour vérifier vos résultats.

Code Matlab :

```
syms n
f=2^(n+2)
ztrans(f)
```

c) Faire les mêmes étapes pour la séquence causale :

$f(n) = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

Exercice 2 :

Soit la fonction en z :

$$F(z) = \frac{z+1}{z^2 + 0.3z + 0.02}$$

a) développer $F(z)$ en fraction simple.

b) En utilisant la fonction préétablie du Matlab **residue**, vérifier la décomposition en fraction simple de $F(z)$, calculer la transformée en z inverse.

c) utiliser le programme suivant pour vérifier vos résultats.

Code Matlab :

```
syms z
H=(z+1)/(z^2+0.3*z+0.02);
iztrans(H)
```

d) faire le même travail avec la fonction $F(z) = \dfrac{1}{z^2(z-0.5)}$

- Les Tables des principales transformées de Z et leurs propriétés sont présentées dans l'Annexe B1 et B2.

BIBLIOGRAPHIES

[1] A. Palamides, A. Veloni, “Signals and Systems Laboratory with MATLAB”, Taylor & Francis Group, CRC Press 2011.

[2] B. Boulet, “Fundamentals of Signals and Systems”, Copyright 2006 Career & Professional Group, a division of Thomson Learning.

Annexe A : Table des principales transformées de Laplace et leurs propriétés

Table des Transformées de Laplace

$f(t) \quad (t \geq 0)$	$F(p) = TL\{f(t)\}$
$\text{¢}(t)$	**1**
$U(t)$	$1/p$
t	$1/p^2$
t^n	$\dfrac{n!}{p^{n+1}}$
e^{-at}	$\dfrac{1}{p+a}$
te^{-at}	$\dfrac{1}{(p+a)^2}$
$t^n e^{-at}$	$\dfrac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
$1 - e^{-at}$	$\dfrac{a}{p(p+a)}$
$e^{-at} - e^{-bt}$	$\dfrac{b-a}{(p+a)(p+b)}$
$\sin(\mu t)$	$\dfrac{\mu}{p^2+\mu^2}$
$\cos(\mu t)$	$\dfrac{p}{p^2+\mu^2}$
$t.\sin(\mu t)$	$\dfrac{2p\mu}{(p^2+\mu^2)^2}$
$t.\cos(\mu t)$	$\dfrac{p^2-\mu^2}{(p^2+\mu^2)^2}$
$e^{-at}.\sin(\mu t)$	$\dfrac{\mu}{(p+a)^2+\mu^2}$
$e^{-at}.\cos(\mu t)$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\mu^2}$

Propriétés des Transformées de Laplace

$f(t) \quad (t \geq 0)$	$F(p) = TL\{f(t)\}$
$f(t)$	$\int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t)\,dt$
$\text{ª}_1 f_1(t) + \text{ª}_2 f_2(t)$	$\text{ª}_1 F_1(p) + \text{ª}_2 F_2(p)$
$\dfrac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
$\dfrac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0) - f(0)$
$\dfrac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p) - \sum_{r=n+1}^{r=2n} p^{2n-r} . \dfrac{d^{(r-n-1)} f(0)}{dt^{(r-n-1)}}$
$\int_0^t \int_0^t \ldots \int_0^t f(t).dt^n$ (Avec conditions initiales nulles)	$\dfrac{F(p)}{p^n}$
$f(kt)$	$\dfrac{1}{k}.F\left(\dfrac{p}{k}\right)$
$f\left(\dfrac{t}{k}\right)$	$k.F(kp)$
$e^{-at} f(t)$	$F(p+a)$
$f(t - \text{²})$ Pour $(t \geq \text{²})$	$e^{-p\text{²}}.F(p)$
$\int_0^t f_1(t-\text{²}).f_2(\text{²})\,d\text{²}$	$F_1(p).F_2(p)$
$t.f(t)$	$-\dfrac{d}{dp} F(p)$

- $f(t)$ fonction périodique de période T
- $f_1(t)$ fonction définie sur la 1ère période de $f(t)$

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{1 - e^{-pT}}$$

Annexe B1 : <u>Tableau de la Transformée en Z</u>

$x(n)$	$X(z)$ en z^{-1}	$X(z)$ en z
¢ (n)	1	1
$u(n)$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\dfrac{z}{z-1}$
$n.u(n)$	$\dfrac{1}{\left(1-z^{-1}\right)^2}$	$\dfrac{z}{(z-1)^2}$
$a^n.u(n)$	$\dfrac{1}{\left(1-az^{-1}\right)}$	$\dfrac{z}{(z-a)}$
$na^n.u(n)$	$\dfrac{a}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$	$\dfrac{az}{(z-a)^2}$
$\cos(\mu_0 n)u(n)$	$\dfrac{1-z^{-1}\cos(\mu_0)}{1-2z^{-1}\cos(\mu_0)+z^{-2}}$	$\dfrac{z^2-z\cos(\mu_0)}{z^2-2z\cos(\mu_0)+1}$
$\sin(\mu_0 n)u(n)$	$\dfrac{z^{-1}\sin(\mu_0)}{1-2z^{-1}\cos(\mu_0)+z^{-2}}$	$\dfrac{z\sin(\mu_0)}{z^2-2z\cos(\mu_0)+1}$
$a^n\cos(\mu_0 n)u(n)$	$\dfrac{1-az^{-1}\cos(\mu_0)}{1-2az^{-1}\cos(\mu_0)+a^2z^{-2}}$	$\dfrac{z^2-az\cos(\mu_0)}{z^2-2az\cos(\mu_0)+a^2}$
$a^n\sin(\mu_0 n)u(n)$	$\dfrac{az^{-1}\sin(\mu_0)}{1-2az^{-1}\cos(\mu_0)+a^2z^{-2}}$	$\dfrac{az\sin(\mu_0)}{z^2-2az\cos(\mu_0)+a^2}$

Annexe B2 : <u>Tableau des opérations sur les transformées en Z</u>

Opération sur les suites	Opération sur la transformée en z
$ax(n)+by(n)$	$aZ\{x(n)\}+bZ\{y(n)\}$
$Z\{x(n-k)\}$	$z^{-k}Z\{x(n)\}$
$Z\{x(n+k)\}$	$z^{k}Z\{x(n)\}-\sum_{j=0}^{k-1}x(j)z^{k}$
$Z\{x(n)*y(n)\}$	$Z\{x(n)\}Z\{y(n)\}$
$Z\{a^{n}x(n)\}$	$Z\{x(n)\}(z/a)$
$Z\{nx(n)\}$	$-z\frac{d}{dz}Z\{x(n)\}$
$Z\{n^{k}x(n)\}$	$\left(-z\frac{d}{dz}\right)^{k}Z\{x(n)\}$