

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche  
Scientifique

Ecole Supérieure en Génie Electrique et Energétique d'Oran  
ESG2EO



Département de Génie Électrique

Polycopié  
Cours - ELTM-R311

Modélisation et Optimisation des Réseaux Electriques

Dr. GUERRAICHE KHALED  
Maître de conférences classe A



2021 / 2022

# Préface

*Cet ouvrage intitulé Modélisation et Optimisation des Réseaux Electriques a été conçu pour être utilisé par les étudiants de troisième cycle dans les universités Algériennes. Avec un mélange judicieux de sujets avancés, l'ouvrage peut également être utile pour certaines institutions en tant que premier support pour les ingénieurs électrotechniciens. L'organisation de cet ouvrage reflète notre désir de fournir au lecteur une compréhension approfondie des principes de base et des techniques d'exploitation et de contrôle des systèmes électriques.*

*Rédigés pour répondre au besoin d'un texte qui présente clairement le concept de fonctionnement du système économique d'une manière qui suscite l'intérêt, les sujets sont traités en utilisant une approche lucide qui peut profiter aux débutants comme aux apprenants avancés du sujet. Il a été conçu comme une aide fonctionnelle pour aider les étudiants à apprendre de manière autonome.*

## **Information sur le cours**

**Public cible :** 5<sup>ème</sup> année formation ingénieurs, spécialité Génie Electrique, option R.E

**Intitulé du cours :** Modélisation et Optimisation des Réseaux Electriques.

**Unité d'Enseignement :** Méthodologie.

**Crédit :** 05/ **Coefficient :** 05.

**Horaire (cours) :** Dimanche: 11h00 - 12h00 et 13h00-14h00/ **Durée :** 15 semaines par semestre.

**Horaire (TD) :** Dimanche : 14h00 -17h00 / **Durée :** 15 semaines par semestre.

**Enseignants :** Cours / Travaux dirigés : Dr. GUERRAICHE Khaled

**Contact :** par e-mail au : khguerraiche@yahoo.fr

## **Prérequis**

Lois fondamentales d'électrotechnique, Matrices d'impédance, Matrices d'admittances, Méthodes numériques.

## Table des matières

Préface .....	i
Information sur le cours .....	ii
Prérequis .....	ii
Introduction générale.....	1
Chapitre I Modélisation de base des réseaux électriques I.....	2
1.1. Introduction .....	2
1.1.2. Système d'énergie électrique .....	2
1.1.3. Modèles de réseau.....	3
1.1.3.1. Réseau primitif .....	4
1.1.4. Stabilité du système d'énergie .....	6
1.2. Théorie des graphes.....	6
1.2.1. Définitions .....	7
1.2.1.1. Arbre.....	8
1.2.1.2. Co-arbre.....	8
1.2.1.3. Boucles de base .....	9
1.2.1.4. Ensemble de coupe.....	10
1.2.1.5. Ensemble de coupe de base .....	10
1.3. Matrices d'incidence.....	11
1.3.1. Matrice d'incidence élément nœud .....	12
1.3.2. Matrice d'incidence des bus $A$ .....	12
1.3.3. Matrice d'incidence de chemin de branche $K$ .....	13
1.3.4. Matrice d'incidence de coupe de base $B$ .....	14
1.3.5. Matrice d'incidence de boucle de base $C$ .....	15
1.4. Équations de performance du réseau .....	17
1.5. Matrice d'admittance par transformations singulières .....	18
1.5.1. Matrice d'admittance de bus et matrice d'impédance de bus .....	18
1.5.2. Matrices d'admittance de branche et d'impédance de branche .....	20
1.5.3. Matrices d'impédance et d'admittance de boucle .....	22
1.6. Matrice d'admittance par inspection directe (KCL).....	24
1.6.1. Insertion des condensateurs de ligne .....	28
Chapitre II Modélisation de base des réseaux électriques II.....	34
2.1. Introduction .....	34
2.2. Formation de la matrice d'admittance de bus .....	34
2.2.1. Élimination des nœuds par partitionnement matriciel .....	34
2.2.2. Élimination des nœuds par réduction de Kron .....	36

<b>2.3. Formation de la matrice d'impédance de bus</b> .....	<b>38</b>
2.3.1. Ajouter un nouveau bus au bus de référence.....	39
2.3.2. Ajouter un nouveau bus à un bus existant via une impédance .....	41
2.3.3. Ajouter une impédance entre deux bus existants .....	42
2.3.4. Ajouter une impédance au bus de référence à partir d'un bus existant.....	45
2.3.5. Résumé de la procédure de construction de la matrice d'impédance [ $Z_{bus}$ ] .....	47
<b>2.4. Impédance de Thevenin et matrice <math>Z_{bus}</math></b> .....	<b>49</b>
<b>Chapitre III Etudes de l'écoulement de charge</b> .....	<b>57</b>
<b>3.1. Introduction</b> .....	<b>57</b>
<b>3.2. Calcul de l'admittance de bus (<math>Y_{bus}</math>)</b> .....	<b>58</b>
<b>3.3. Développement des équations de l'écoulement de puissance</b> .....	<b>59</b>
<b>3.4. Classification des bus</b> .....	<b>64</b>
3.4.1. Nœud de charge PQ.....	65
3.4.2. Nœud à tension contrôlée ou bus générateur PV.....	66
3.4.3. Nœud balancier ou de référence .....	66
3.4.4. Limites.....	67
<b>3.5. Analyse de l'écoulement de charge</b> .....	<b>68</b>
3.5.1. Calcul de l'écoulement et les pertes dans les lignes.....	68
<b>3.6. Méthodes utilisées pour résoudre le problème de l'écoulement de charge</b> .....	<b>70</b>
3.6.1. Méthode de Gauss-Seidel .....	70
3.6.2. Méthode Newton Raphson .....	81
3.6.2.1. Comparaison des méthodes Gauss-Seidel et Newton-Raphson .....	96
<b>3.6.3. Méthode de Newton Raphson découplée</b> .....	<b>96</b>
<b>3.6.4. Méthode Découplé rapide</b> .....	<b>98</b>
<b>Chapitre IV Planification et répartition optimale de puissance</b> .....	<b>104</b>
<b>4.1. Introduction</b> .....	<b>104</b>
4.1.1. Planification des ressources .....	104
<b>4.2. Cout d'exploitation d'une centrale thermique</b> .....	<b>107</b>
<b>4.3. Répartition économique en négligeant les pertes et les limites des générateurs</b> .....	<b>108</b>
4.3.1. Méthode analytique (Méthode de Lagrange) .....	109
4.3.2. Méthode itérative (Méthode du gradient).....	112
<b>4.4. Répartition économique avec les limites du générateur et sans les pertes</b> .....	<b>115</b>
<b>4.5. Répartition économique incluant les pertes</b> .....	<b>117</b>
<b>Chapitre V Exploitation et contrôle des réseaux électriques</b> .....	<b>123</b>
<b>5.1. Introduction</b> .....	<b>123</b>
<b>5.2. Concept de sécurité du système</b> .....	<b>123</b>

5.2.1. Planification à long terme.....	124
5.2.2. Planification opérationnelle.....	124
5.2.3. Fonctionnement en ligne .....	124
<b>5.3. Analyse de sécurité .....</b>	<b>124</b>
5.3.1. Simulation numérique .....	126
5.3.2. Simulation informatique hybride.....	126
5.3.3. Méthodes Lyapunov .....	126
5.3.4. Reconnaissance de forme .....	127
<b>5.4. Amélioration de la sécurité.....</b>	<b>128</b>
<b>5.6. Données du réseau.....</b>	<b>128</b>
5.6.1. Injections de puissance au bus.....	129
<b>5.7. Estimation d'état .....</b>	<b>129</b>
5.7.1. Estimateur d'état .....	130
5.7.1.1. Estimation de l'état statique .....	130
5.7.1.2. Applications de l'estimation d'état .....	131
<b>Chapitre VI Centre de conduite et de contrôle.....</b>	<b>132</b>
<b>6.1. Introduction .....</b>	<b>132</b>
<b>6.2. États de fonctionnement du système électrique.....</b>	<b>132</b>
<b>6.3 Centres de controle de l'énergie .....</b>	<b>133</b>
6.3.1 Systèmes de gestion de l'énergie (EMS) .....	133
6.3.2 Évolution des systèmes de gestion de l'énergie.....	134
<b>6.4 Système de gestion d'énergie (EMS).....</b>	<b>136</b>
6.4.1. Gestion des opérations de generation .....	136
6.4.2. Gestion des opérations de transport en temps reel .....	136
6.4.3. Simulations en mode etude.....	137
6.4.4. Services énergétiques et analyse d'événements .....	137
6.4.5. Simulateur de formation de répartition (DTS) .....	137
6.4.1 Temps de réaction du EMS .....	137
6.4.2 Logicielles et flux de données des EMS.....	138
<b>6.5 Acquisition de données et communication (systèmes SCADA) .....</b>	<b>139</b>
<b>6.6 Exploitation et gestion de la production.....</b>	<b>140</b>
6.6.1 Prévision de la charge.....	140
6.6.2 Engagement des unités .....	140
6.6.3 Coordination hydrothermale.....	141
6.6.4 Répartition économique et suivi des réserves en temps réel .....	142
6.6.5 Contrôle automatique de la production en temps réel .....	142



## Introduction générale

L'industrie de l'énergie électrique subit des pressions incessantes de la part des gouvernements, des politiciens, des grandes industries et des investisseurs pour privatiser, restructurer et déréglementer. Avant la déréglementation, la plupart des éléments de l'industrie électrique, tels que la production d'électricité, les ventes d'électricité, les dépenses en capital et les décisions d'investissement, étaient fortement réglementés. Certains de ces règlements étaient au niveau de l'État, et certains au niveau national. Ainsi, la nouvelle déréglementation dans le secteur de l'électricité signifiait de nouveaux défis et d'énormes changements.

Cependant, malgré les changements dans les différentes structures, les règles du marché et les incertitudes, les exigences sous-jacentes pour que les opérations du système électrique soient sûres, économiques et fiables restent les mêmes.

Cet ouvrage tente de couvrir tous les domaines du fonctionnement des systèmes électriques. Il présente également de nouveaux sujets et de nouvelles applications des dernières nouvelles technologies apparues ces dernières années. Selon les différentes caractéristiques et types de problèmes ainsi que leur complexité, le fonctionnement des systèmes électriques en suivant les aspects abordés dans cet ouvrage :

- Modélisation de base des réseaux électriques I (Chapitre 1)
- Modélisation de base des réseaux électriques II (Chapitre 2)
- Etudes de l'écoulement de charge (Chapitre 3)
- Planification et répartition optimale de puissance (Chapitre 4)
- Exploitation et contrôle des réseaux électriques (Chapitre 5)
- Centre de conduite et de contrôle (Chapitre 6)



# Chapitre I Modélisation de base des réseaux électriques I

## 1.1. Introduction

La puissance est une condition préalable essentielle au progrès de tout pays. Le système d'alimentation moderne a des caractéristiques qui lui sont propres. C'est le plus grand système créé par l'homme et le système le plus complexe. La demande d'électricité double plus que chaque décennie. La planification, l'exploitation et le contrôle du système électrique interconnecté posent une variété de problèmes difficiles, dont la solution nécessite une application étendue des méthodes mathématiques de diverses branches.

Thomas Alva Edison a été le premier à concevoir une centrale électrique et à l'exploiter à New York en 1882. Depuis lors, la production d'électricité initialement confinée aux moteurs à vapeur s'est développée en utilisant (turbines à vapeur) turbines hydroélectriques, réacteurs nucléaires et autres. L'interconnexion des différentes centrales aux centres de charge via les lignes de transport EHV et UHV a nécessité des méthodes analytiques pour analyser diverses situations qui surviennent dans l'exploitation et la commande du système. L'analyse du système d'alimentation est le sujet dans la branche de l'ingénierie de l'énergie électrique qui traite de la détermination des tensions sur divers bus et des courants qui circulent dans les lignes de transmission fonctionnant à différents niveaux de tension.

### 1.1.2. Système d'énergie électrique

Le système d'alimentation électrique est un réseau complexe composé de générateurs, de charges, de lignes de transmission, de transformateurs, de bus, de disjoncteurs, etc. Pour l'analyse d'un système électrique en fonctionnement, un modèle approprié est nécessaire. Ce modèle dépend essentiellement du type de problème à résoudre. En conséquence, il peut s'agir d'équations algébriques, d'équations différentielles, de fonctions de transfert, etc. Le système d'alimentation n'est jamais en régime permanent car les charges changent continuellement. Cependant, il est possible de concevoir un état quasi-statique pendant lequel les charges pourraient être considérées comme constantes. Cette période peut être de 15 à 30 minutes. Dans cet état, les équations de flux de puissance ne sont pas linéaires en raison de la présence de termes produits de variables et de termes trigonométriques. Les techniques de résolution impliquent des méthodes numériques (itératives) pour résoudre des équations algébriques non linéaires. La méthode Newton-Raphson est la technique mathématique la plus couramment utilisée. L'analyse du système pour de petites variations de charge, dans laquelle le contrôle de la vitesse ou de la fréquence et de la tension peut être nécessaire pour maintenir les valeurs standard, la fonction de transfert et les modèles de variables d'état sont mieux adaptés pour mettre en œuvre des contrôleurs proportionnels, dérivés et intégraux ou des contrôleurs optimaux utilisant le retour de Kalman coefficients. Pour les études de stabilité transitoire impliquant des changements soudains de la charge ou de l'état du circuit en raison de défauts, des équations différentielles décrivant l'équilibre énergétique sur quelques demi-cycles de temps sont nécessaires. Pour étudier les performances en régime permanent, un certain nombre de modèles matriciels sont nécessaires.

Considérez le système d'alimentation illustré à la figure 1.1. Le circuit équivalent pour le système d'alimentation peut être représenté comme sur la figure 1.2. Pour l'étude des courants de défaut, le circuit équivalent de la figure 1.2 peut être réduit à la figure 1.3 jusqu'aux bornes

de charge en négligeant les capacités shunt de la ligne de transmission et les réactances magnétisantes des transformateurs.

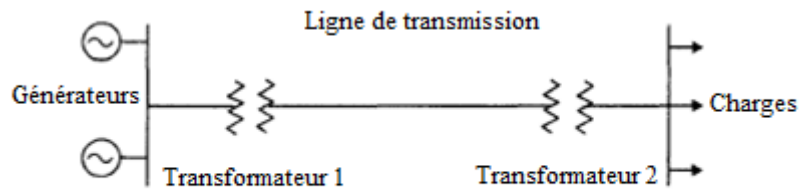


Figure 1.1 Schéma unifilaire d'une ligne de transport

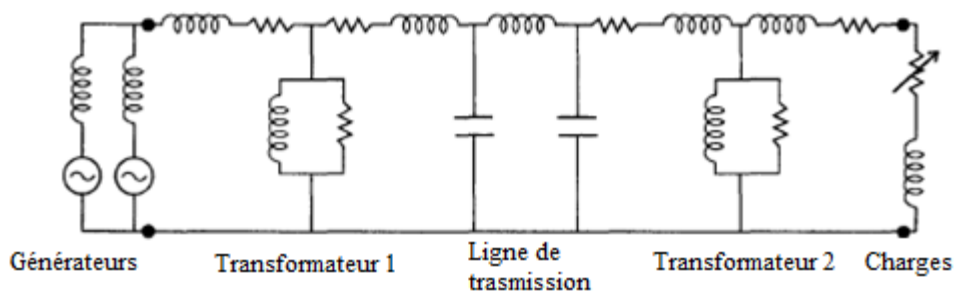


Figure 1.2 Circuit équivalent d'une ligne de transport

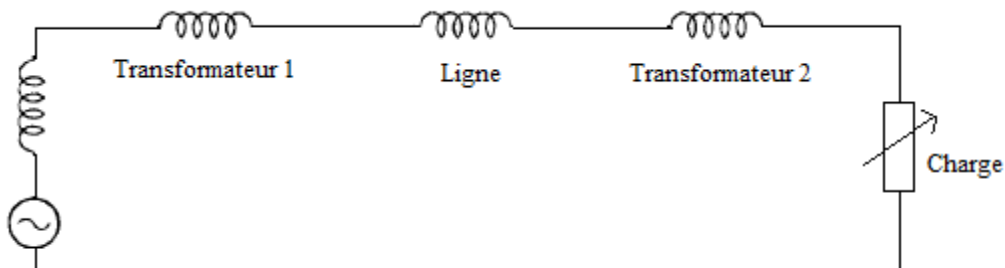


Figure 1.3 Circuit équivalent pour le calcul de défaut

Alors que les réactances des transformateurs et des lignes statiques ne changent pas dans des conditions de fonctionnement variables, les réactances de la machine peuvent changer et prendre des valeurs différentes pour différentes situations. En outre, des charges composites contenant des moteurs triphasés, des moteurs à phase I, des moteurs à courant continu, des redresseurs, des charges d'éclairage, des appareils de chauffage. Les transformateurs de soudage, etc., peuvent avoir des modèles très différents selon la composition de ses constituants. Le contrôle d'un groupe turbo-alternateur en fonction de l'exigence de charge variable nécessite un modèle. Pour les petites variations, un modèle linéaire est pratique à étudier. Un tel modèle peut être obtenu en utilisant le concept de fonction de transfert et le contrôle peut être obtenu par la théorie du contrôle classique ou moderne. Cela nécessite la modélisation du régulateur de vitesse, du turbo-alternateur et du système d'alimentation lui-même, car tous ces éléments constituent les composants d'une boucle de rétroaction pour le contrôle. L'objectif ultime du contrôle du système électrique est de maintenir une alimentation continue avec une qualité acceptable. La qualité est définie en termes de tension et de fréquence.

### 1.1.3. Modèles de réseau

Le réseau électrique se compose d'un grand nombre de lignes de transmission interconnectées d'une manière dictée par le développement des centres de charge. Cette configuration de réseau interconnecté se développe en permanence. Une procédure systématique est nécessaire pour construire un modèle qui peut être constamment mis à jour avec des interconnexions croissantes. Les solutions réseau peuvent être réalisées en utilisant la loi d'Ohm et les lois de Kirchhoff. Soit :

$$e = Z \cdot i \quad \text{Ou} \quad i = Y \cdot e$$

Le modèle peut être utilisé pour une solution réseau en état stable. Ainsi, il est nécessaire de développer à la fois des modèles Z-bus et V-bus pour le réseau. Pour construire un tel modèle, la théorie des graphes et les matrices d'incidence seront très pratiques.

### 1.1.3.1. Réseau primitif

Les composants du réseau sont représentés soit par leurs paramètres d'impédance, soit par leurs paramètres d'admittance.

#### a) Forme impédance

La figure (1.4) représente la forme de l'impédance, les variables sont les courants et les tensions. Chaque élément du système d'alimentation peut être décrit par un réseau primitif. Un réseau primitif est un ensemble d'éléments non connectés.

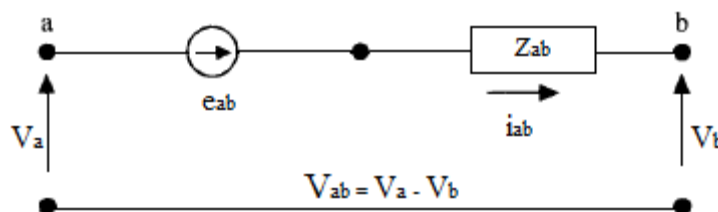


Figure 1.4 Réseau primitive en utilisant l'impédance

a, b : Sont les terminaux d'un élément de réseau a-b.  $V_a$  et  $V_b$  sont des tensions en a et b.

$V_{ab}$  : La tension aux bornes de l'élément de réseau a-b.

$e_{ab}$  : La tension source en série avec l'élément de réseau a-b.

$Z_{ab}$  : L'auto-impédance de l'élément de réseau a-b.

$i_{ab}$  : Le courant traversant l'élément de réseau a-b.

De la figure 1.4 nous avons la relation :

$$V_{ab} + e_{ab} = Z_{ab} i_{ab} \quad (1.2)$$

#### b) Forme admittance

Sous la forme d'admittance, l'élément de réseau peut être représenté comme sur la figure 1.5.

$y_{ab}$  est l'auto-admittance de l'élément de réseau a-b

$j_{ab}$  est le courant source en parallèle avec l'élément de réseau a-b

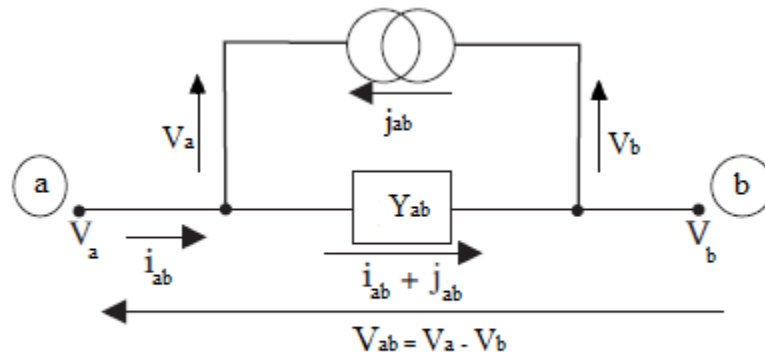


Figure 1.5 Réseau primitive en utilisant l'admittance

De la figure (1.5) nous avons la relation suivante :

$$i_{ab} + j_{ab} = y_{ab} V_{ab} \quad (1.2)$$

La tension série sous la forme d'impédance et le courant de source parallèle dans la forme d'admittance sont liés par l'équation :

$$-j_{ab} = y_{ab} e_{ab} \quad (1.3)$$

Un ensemble d'éléments non connectés qui sont représentés sur la figure 1.4 ou 1.5 constituent un réseau primitif. Les équations de performance pour les réseaux primitifs peuvent être sous la forme :

$$e + V = [z]i \quad (1.4)$$

Ou sous la forme

$$i + j = [y] V \quad (1.5)$$

Dans les équations (1.4) et (1.5) les matrices  $[z]$  ou  $[y]$  contiennent les auto-impédances ou auto-admittances notées  $Z_{ab}$ ,  $Y_{ab}$  ou  $y_{ab}$ ,  $Y_{ab}$ . Les éléments hors diagonale peuvent de la même manière contenir les impédances mutuelles ou admittances mutuelles désignées par  $Z_{ab, cd}$  ou  $Y_{ab, cd}$  où  $ab$  et  $cd$  sont deux éléments différents ayant un couplage mutuel. S'il n'y a pas de couplage mutuel, alors les matrices  $[z]$  et  $[y]$  sont des matrices diagonales. Alors qu'en général la matrice  $[y]$  peut être obtenue en inversant la matrice  $[z]$ , lorsqu'il n'y a pas de couplage mutuel, les éléments de la matrice  $[y]$  sont obtenus en prenant les inverses des éléments de la matrice  $[z]$ .

a) La matrice primitive sans impédance mutuelle :

$$[Z] = \begin{array}{c|ccccc} e & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline e & & & & & \\ \hline 1 & Z_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & Z_{22} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 0 & 0 & Z_{33} & 0 & 0 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 & Z_{44} & 0 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{55} \end{array}$$

$$[Y] = \begin{array}{c|ccccc} e & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline e & & & & & \\ \hline 1 & Z_{11}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & Z_{22}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 0 & 0 & Z_{33}^{-1} & 0 & 0 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 & Z_{44}^{-1} & 0 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{55}^{-1} \end{array}$$

b) Matrice primitive avec couplage mutuelle :

Si les nœuds 4 et 5 ont un élément mutuel, alors la matrice d'impédance primitive correspondante est présentée ci-dessous :

$$[Z] =$$

e	1	2	3	4	5
e					
1	$Z_{11}$	0	0	0	0
2	0	$Z_{22}$	0	0	0
3	0	0	$Z_{33}$	0	0
4	0	0	0	$Z_{44}$	$Z_{45}$
5	0	0	0	$Z_{45}$	$Z_{55}$

$$[Y] =$$

e	1	2	3	4	5
e					
1	$Z_{11}^{-1}$	0	0	0	0
2	0	$Z_{22}^{-1}$	0	0	0
3	0	0	$Z_{33}^{-1}$	0	0
4	0	0	0	$Z_{55}/\Delta$	$-Z_{45}/\Delta$
5	0	0	0	$-Z_{45}/\Delta$	$Z_{44}/\Delta$

$$\Delta = Z_{44}Z_{55} - Z_{45}^2$$

#### 1.1.4. Stabilité du système d'énergie

La stabilité du système d'alimentation est un mot utilisé en relation avec les systèmes énergie à courant alternatif indiquant une condition dans laquelle les divers alternateurs du système restent synchronisés les uns avec les autres. L'étude de cet aspect est très importante, car sinon, en raison d'une variété de changements, tels que la perte ou l'augmentation soudain de la charge, les défauts sur les lignes, les courts-circuits à différents endroits, l'ouverture et le réenclenchement du circuit, etc., se produisant en permanence dans le système à un endroit ou autre peut créer des coupures de courant. L'étude des systèmes d'énergies simples avec une seule machine ou un groupe de machines représenté par une seule machine, connectée à un nœud infini donne un aperçu du problème de stabilité. À un premier niveau, l'étude de ces sujets est très importante pour les étudiants en génie électrique.

#### 1.2. Théorie des graphes

La théorie des graphes a de nombreuses applications dans plusieurs domaines tels que l'ingénierie, les sciences physiques, sociales et biologiques, la linguistique, etc. Toute situation physique qui implique des objets discrets avec des interrelations peut être représentée par un graphe. En génie électrique, la théorie des graphes est utilisée pour prédire le comportement du réseau en analyse. Cependant, pour les petits réseaux, l'analyse des nœuds ou des mailles est plus pratique que l'utilisation de la théorie des graphes. On peut

mentionner que Kirchhoff a été le premier à développer la théorie des arbres pour des applications au réseau électrique. L'avènement des ordinateurs numériques à haut débit a permis d'utiliser avantageusement la théorie des graphes pour une analyse de réseau plus large. Dans ce chapitre, un bref compte rendu de la théorie des graphes est donné qui est pertinent pour les réseaux de transport d'énergie et leur analyse.

### 1.2.1. Définitions

- **Élément d'un graphe** : Chaque élément de réseau est remplacé par un segment de ligne ou un arc lors de la construction d'un graphe pour un réseau. Chaque segment de ligne ou arc est un élément. Chaque source potentielle est remplacée par un court-circuit. Chaque source de courant est remplacée par un circuit ouvert.

- **Nœud ou sommet** : Le terminal d'un élément est appelé un nœud ou un sommet.

- **Arête** : Un élément d'un graphique est appelé une arête.

- **Degré** : Le nombre d'arêtes connectées à un sommet ou à un nœud est appelé son degré.

- **Graphique** : Un élément est dit incident sur un nœud, si le nœud est un terminal de l'élément.

Les nœuds peuvent être liés à un ou plusieurs éléments. Le réseau peut ainsi être représenté par une interconnexion d'éléments. Les interconnexions réelles des éléments donnent un graphique.

- **Rang** : Le rang d'un graphe est  $n - 1$  où  $n$  est le nombre de nœuds dans le graphe.

- **Sous-graphe** : Tout sous-ensemble d'éléments du graphe est appelé un sous-graphe. Un sous-graphe est dit correct s'il se compose strictement inférieur que tous les éléments et nœuds du graphe.

- **Chemin** : Un chemin est défini comme un sous-graphe d'éléments connectés de telle sorte que pas plus de deux éléments sont connectés à n'importe quel nœud. S'il existe un chemin entre chaque paire de nœuds, le graphe est dit connecté. En variante, un graphe est dit connecté s'il existe au moins un chemin entre chaque paire de nœuds.

- **Graphe planaire** : Un graphe est dit planaire s'il peut être dessiné sans croisement d'arêtes. Sinon, il est appelé non planaire figure 1. 6.



Figure 1.6 (a) Graphe planaire (b) Graphe non planaire.

- **Chemin fermé ou boucle** : L'ensemble des éléments traversés à partir d'un nœud et revenant au même nœud forme un chemin ou une boucle fermée.

- **Graphique orienté** : Un graphique orienté est un graphique avec une direction marquée pour chaque élément. La figure 1.7 (a) montre le schéma unifilaire d'un réseau électrique simple composé de centrales. Les lignes de transmission et les charges. La figure 1.7 (b) montre le réseau à séquence positive du système de la figure 1.7 (a). Le graphe connecté orienté est illustré à la figure 1.8 pour le même système.

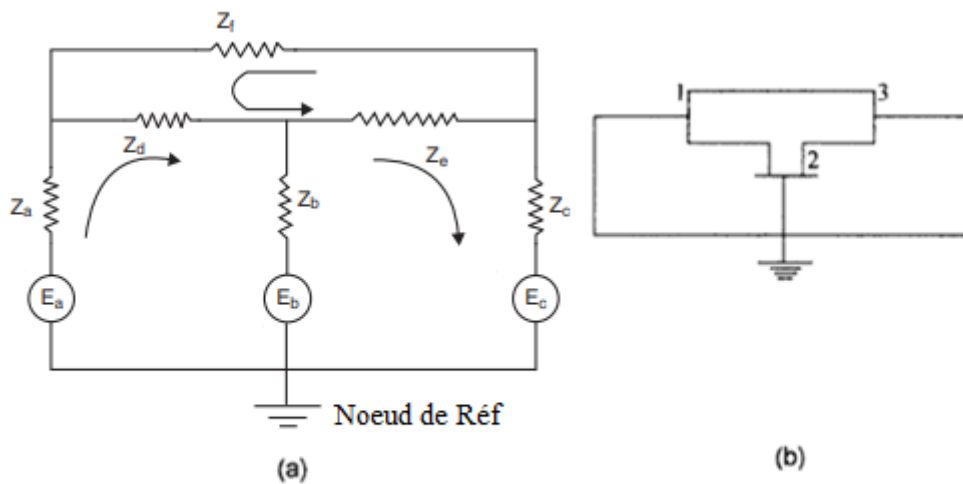


Figure 1.7 (a) Schéma unifilaire du système d'énergie (b) Schéma du réseau à séquence positive

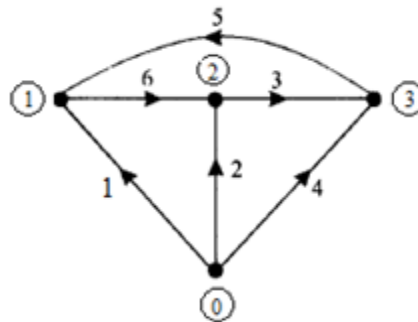


Figure 1.8 Graphe connecté orienté

### 1.2.1.1. Arbre

Un arbre est un sous-graphe connecté orienté d'un graphe connecté orienté contenant tous les nœuds du graphe, mais ne contenant aucune boucle. Un arbre à  $(n-1)$  branches où  $n$  est le nombre de nœuds du graphe  $G$ . Les branches d'un arbre sont appelées petites branches. Les branches restantes du graphique sont appelées des liens ou des accords.

### 1.2.1.2. Co-arbre

Les liens forment un sous-graphe, pas nécessairement connecté appelé co-arbre. Le co-arbre est le complément de l'arbre. Il y a un co-arbre pour chaque arbre.

Pour un graphe et un sous-graphe connectés:

- Il n'existe qu'un seul chemin entre une paire de nœuds sur un arbre.
- Chaque graphe connexe à au moins un arbre.
- Chaque arbre à deux nœuds terminaux.
- Le rang d'un arbre est  $n-1$  et est égal au rang du graphe.

Le nombre de nœuds et le nombre de branches dans un arbre sont liés par :

$$b = n-1 \quad (1.6)$$

Si  $e$  est le nombre total d'éléments alors le nombre de liens  $l$  d'un graphe connecté avec branches  $b$  est donné par :

$$l = e - b \quad (1.7)$$

Par conséquent, de l'équation. (1.6). on peut être écrite :

$$l = e - n + 1 \quad (1.8)$$

Un arbre et le co-arbre correspondant du graphique pour le système illustré à la figure 1.8 sont Indiqué sur la figure 1.9 (a) et la figure 1.9 (b).

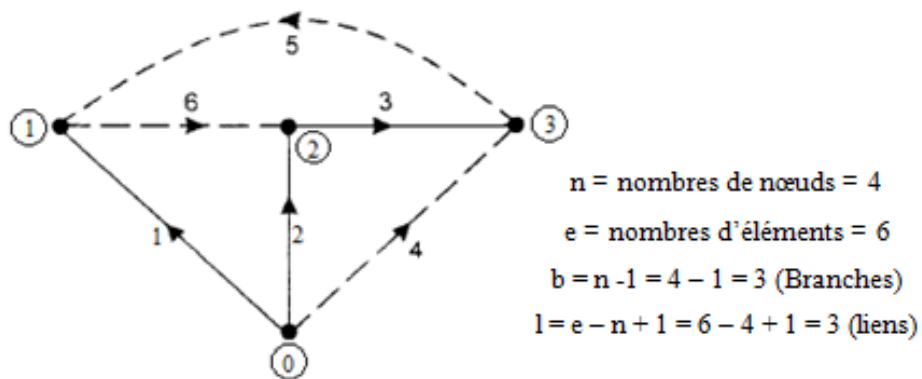


Figure 1.9 (a) Arbre pour le système de la figure 1.8.

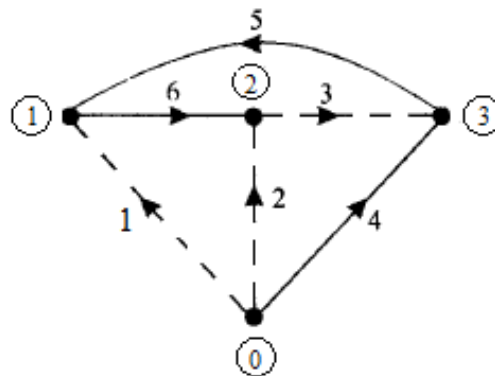


Figure 1.9 (b) Co-arbre pour le système de la figure 1.8

### 1.2.1.3. Boucles de base

La boucle est obtenue chaque fois qu'un lien est ajouté à un arbre, qui est un chemin fermé. A titre d'exemple pour l'arbre de la figure 1.9 (a), si la liaison 6 est ajoutée, une boucle contenant les éléments 1-2-6 est obtenue. Les boucles qui ne contiennent qu'un seul lien sont appelées boucles indépendantes ou boucles base. On peut observer que le nombre de boucles de base est égal au nombre de liens donné par l'équation (1.7) ou (1.8). La figure 1.10 montre les boucles de base de l'arbre de la figure 1.9 (a).



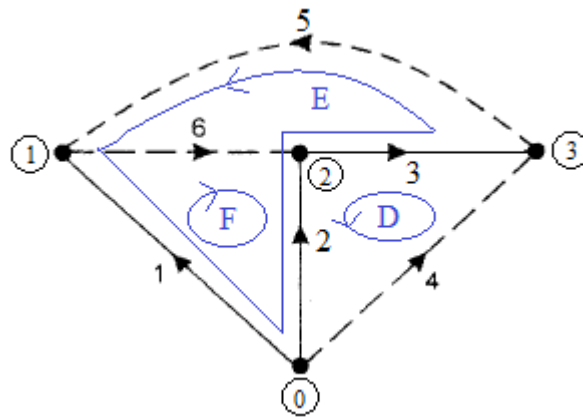


Figure 1.10 Boucles de base pour l'arbre de la Figure 1.9 (a).

#### 1.2.1.4. Ensemble de coupe

Un ensemble de coupe est un ensemble minimal de branches  $K$  d'un graphe connecté  $G$ , tel que la suppression de toutes les  $K$  branches divise le graphe en deux parties. Il est également vrai que la suppression de  $K$  branches réduit le rang de  $G$  de un, à condition qu'aucun sous-ensemble propre de cet ensemble ne réduise le rang de  $G$  de un lorsqu'il est supprimé de  $G$ . Considérez le graphique de la figure 1.11 (a).

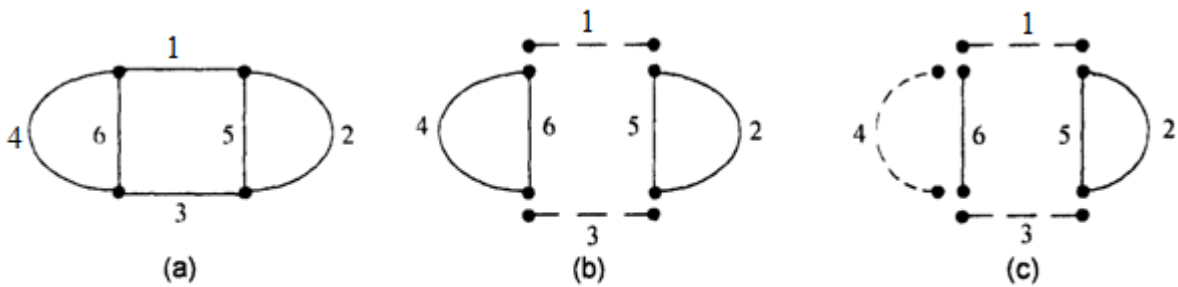


Figure 1.11 Ensemble de coupe

Le rang du graphe = (nombre de nœuds  $n - 1$ ) =  $4 - 1 = 3$ . Si les branches 1 et 3 sont supprimées, deux sous-graphes sont obtenus comme sur la figure 1.11 (b). Ainsi 1 et 3 peuvent être un ensemble de coupe. De plus, si les branches 1, 4 et 3 sont supprimées, le graphique est divisé en deux sous-graphiques comme le montre la figure 1.11 (c) Les branches 1, 4, 3 peuvent également être un ensemble de coupes. Dans les deux cas ci-dessus, le rang des deux sous-graphes est  $1 + 1 = 2$ . On peut noter que l'ensemble (1, 3) est un sous-ensemble de l'ensemble (1, 4, 3). L'ensemble de coupes est un ensemble minimal de branches du graphique, dont la suppression coupe le graphique en deux parties. Il sépare les nœuds des graphiques en deux graphiques. Chaque groupe est dans l'un des deux sous-graphiques.

#### 1.2.1.5. Ensemble de coupe de base

Si chaque ensemble de coupes ne contient qu'une seule branche, ces ensembles de coupes indépendants sont appelés ensembles de coupe de base. Afin de comprendre les jeux de coupe de base, sélectionnez un arbre. Considérez une petite branche de l'arbre. Si la petite branche est enlevée, l'arbre est séparé en deux parties. Tous les liens qui vont d'une partie de cet arbre déconnecté à l'autre, ensemble avec la petite branche  $b_k$  constituent un ensemble de coupes appelé ensemble de coupes de base. L'orientation du jeu de coupe de base est choisie de manière à coïncider avec celle de la branche de l'arbre définissant le jeu de coupe. Chaque

coupe-ensemble de base contient au moins une branche par rapport à laquelle l'arbre est défini qui n'est pas contenue dans l'autre coupe-ensemble de base. Pour cette raison, les  $n - 1$  ensembles de coupes de base d'un arbre sont linéairement indépendants. Considérons maintenant l'arbre de la figure 1.9 (a).

Considérons le nœud (1) et la branche 1. L'ensemble de coupes A contient la branche 1 et les liens 5 et 6 et est orienté de la même manière que la branche 1. De la même manière, l'ensemble de coupes C coupe la branche 3 et les liaisons 4 et 5 et est orienté dans la même direction que la branche 3. Enfin, la branche de coupe 2 de l'ensemble de coupe B ainsi que les liens 4, 6 et 5 sont orientés comme la branche 2 et les ensembles de coupe sont représentés sur la figure 1.12.

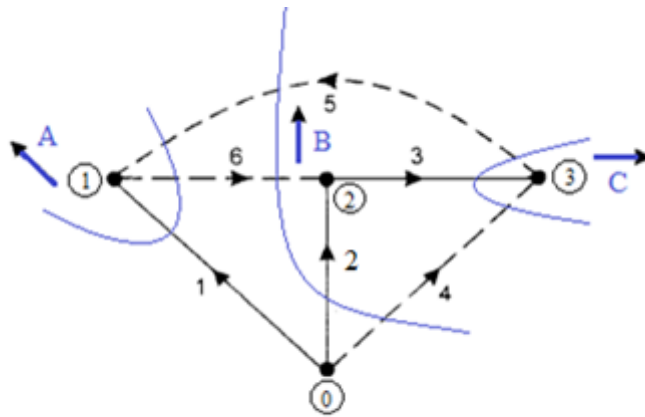


Figure 1.12 Jeu de coupe pour l'arbre de la figure 1.9 (a)

### 1.3. Matrices d'incidence

Il existe plusieurs matrices d'incidence qui sont importantes dans le développement des diverses matrices de réseaux telles que la matrice d'impédance de bus, la matrice d'admittance de branche, etc., en utilisant une transformation singulière ou non singulière.

Ces diverses matrices d'incidence sont essentiellement dérivées de la connectivité ou de l'incidence d'un élément à un nœud, un chemin, un ensemble de coupes ou une boucle.

Les matrices d'incidence suivantes sont intéressantes pour l'analyse des réseaux électriques :

- (a) Matrice d'incidence élément nœud.
- (b) Matrice d'incidence de bus.
- (c) Matrice d'incidence de chemin de branche.
- (d) Matrice d'incidence coupe de base.
- (e) Matrice d'incidence de boucle de base.

Parmi celles-ci, les matrices d'incidence de bus sont les plus importantes :

### 1.3.1. Matrice d'incidence élément nœud

La matrice d'incidence élément nœud  $\bar{A}$  montre l'incidence des éléments aux nœuds dans le graphe connecté. L'incidence ou la connectivité est indiquée par l'opérateur 'a' comme suit:

- $a_{pq} = 1$  si le  $p^{\text{ème}}$  élément est incident et orienté à partir du nœud  $q$ .
- $a_{pq} = -1$  si le  $p^{\text{ème}}$  élément est incident et orienté vers le nœud  $q$ .
- $a_{pq} = 0$  si le  $p^{\text{ème}}$  élément n'est pas incident au nœud  $q$ .

La matrice d'incidence élément nœud aura la dimension  $(e * n)$  où 'e' est le nombre d'éléments et 'n' le nombre de nœuds dans le graphe. Il est noté  $\bar{A}$ .

La matrice d'incidence élément nœud pour le graphique de la figure 1.8 est représentée sur la figure 1.13. On voit d'après les éléments de la matrice que :

$$\sum_{q=0}^3 \alpha_{pq} = 0; p = 1,2 \dots \dots 6 \quad (1.9)$$

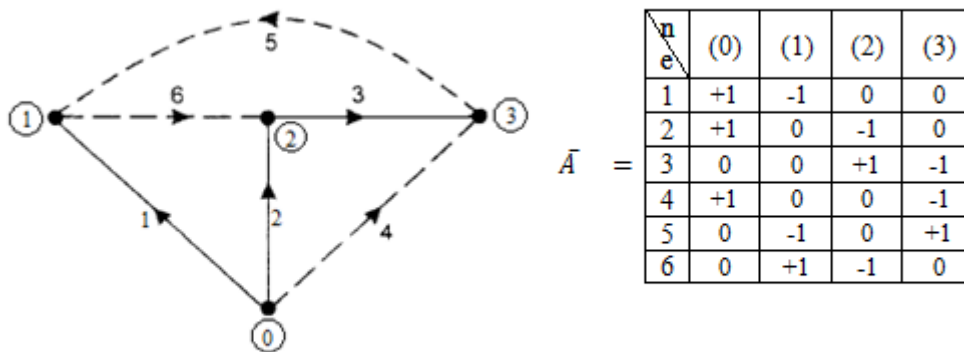


Figure 1.13 Matrice d'incidence nœud-élément

### 1.3.2. Matrice d'incidence des bus A

La matrice obtenue en supprimant la colonne correspondante au nœud de référence dans la matrice d'incidence nœud élément de  $\bar{A}$  est appelée matrice d'incidence de bus A. Ainsi, la dimension de cette matrice est  $(n - 1)$  et le rang sera donc,  $n - 1 = b$ , où b est le nombre de branches dans le graphe. En supprimant la colonne correspondante au nœud (0) de la figure 1.13, la matrice d'incidence de bus est représentée dans la figure 1.14.

$$A = \begin{matrix} \begin{matrix} n \\ e \end{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \\ +1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figure 1.14 Matrice d'incidence de bus

Si les lignes sont disposées dans l'ordre d'un arbre spécifique, la matrice A peut être partitionnée en deux sous-matrices  $A_b$  de dimension  $b_x (n - 1)$  et  $A_l$  de dimension  $l_x (n - 1)$ . Les lignes de  $A_b$  correspondent à des branches et les lignes de  $A_l$  correspondent à des liens. Ceci est montré dans la figure 1.15 pour la matrice de la figure 1.14.

$$\bar{A} = \begin{array}{c|ccc|c} \begin{array}{c} n \\ e \end{array} & (1) & (2) & (3) & \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & \text{Arbres} \\ 2 & 0 & -1 & 0 & \\ 3 & 0 & +1 & -1 & \\ \hline 4 & 0 & 0 & -1 & \text{liens} \\ 5 & -1 & 0 & +1 & \\ 6 & +1 & -1 & 0 & \end{array}$$

Figure 1.15 Partitionnement de la matrice A.

### 1.3.3. Matrice d'incidence de chemin de branche K

La matrice d'incidence des chemins de branche, comme son nom l'indique, montre l'incidence des branches vers les chemins dans un arbre. Les éléments de cette matrice sont indiqués par les opérateurs 'K' comme suit :

- $K_{pq} = 1$  Si la  $p^{\text{ème}}$  branche est dans le chemin du  $q^{\text{ème}}$  bus à la référence est orientée dans le même sens.
- $K_{pq} = -1$  Si la  $p^{\text{ème}}$  branche est dans le chemin du  $q^{\text{ème}}$  bus à la référence est orientée dans la direction opposée.
- $K_{pq} = 0$  Si la  $p^{\text{ème}}$  branche n'est pas dans le chemin du  $q^{\text{ème}}$  bus à la référence.

Pour le système de la figure 1.16 (a), la matrice d'incidence de chemin de dérivation K est représentée sur la figure 1.16 (b) Le nœud (0) est supposé comme référence.

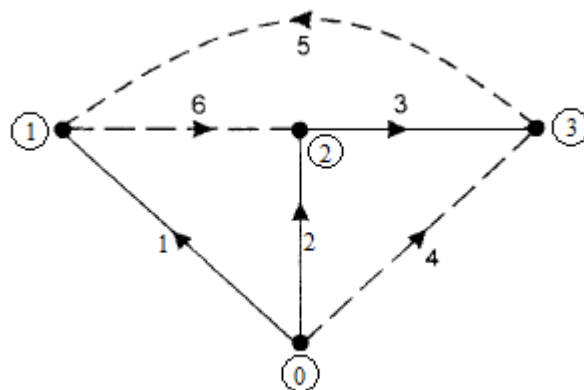


Figure 1.16 (a) Arbre pour le système

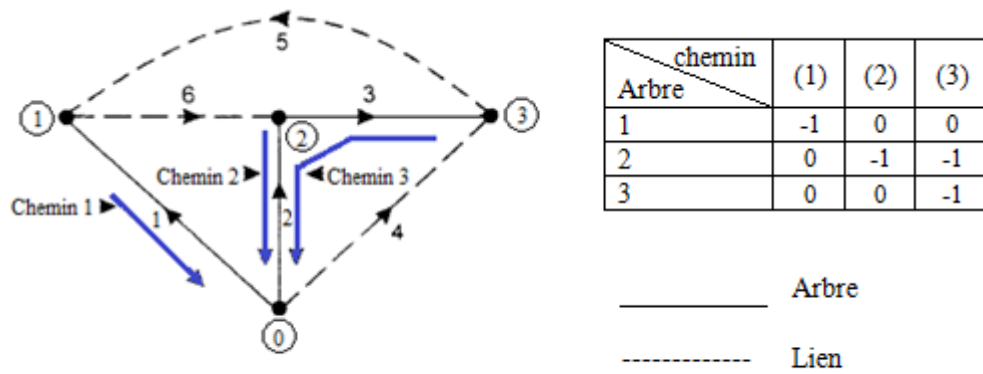


Figure 1.16 (b) Matrice d'incidence de chemin de branche

Alors que la matrice d'incidence de chemin de branche relie les branches aux chemins. La sous-matrice  $A_b$  de la figure 3.4 donne la connectivité entre les branches et les bus. Donc, les chemins et les nœuds peuvent être reliés par  $A_b K^t c = U$  où  $U$  est une matrice unitaire.

D'où

$$K^t = A_b^{-1} \quad (1.10)$$

#### 1.3.4. Matrice d'incidence de coupe de base B

Cette matrice représente la connectivité des éléments aux ensembles de coupes de base du graphe connecté. Les éléments de la matrice sont indiqués par l'opérateur 'b' comme suit:

- $b_{pq} = 1$  Si le  $p^{\text{ème}}$  élément est incident et orienté dans la même direction que le  $q^{\text{ème}}$  ensemble de coupes base.
- $b_{pq} = -1$  Si le  $p^{\text{ème}}$  élément est incident et orienté dans la direction opposée au  $q^{\text{ème}}$  ensemble de coupe de base.
- $b_{pq} = 0$  Si le  $p^{\text{ème}}$  élément n'est pas incident avec le  $q^{\text{ème}}$  ensemble de coupe de base.

La matrice d'incidence de coupe de base a la dimension  $(e \times b)$ . Pour le graphique de la figure 1.17 la matrice d'incidence de coupe de base B est obtenue selon la figure ci-dessous :

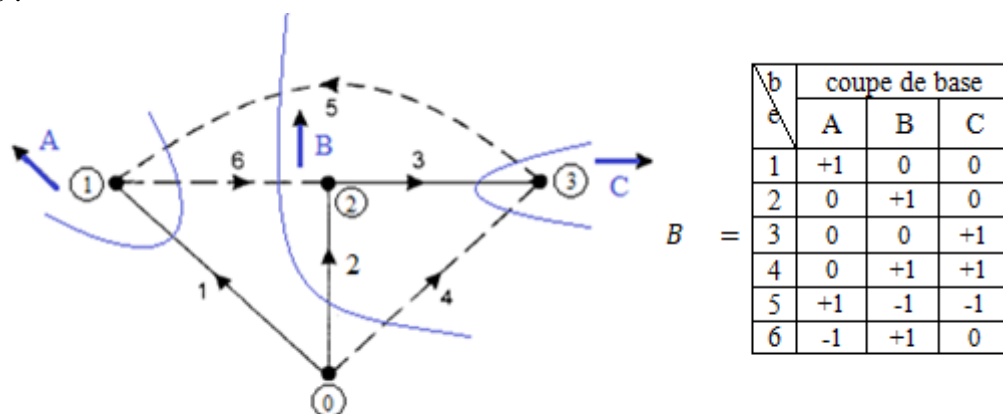


Figure 1.17 Matrice d'incidence de coupe de base

Il est possible de partitionner la matrice d'incidence de coupe de base B en deux sous-matrices  $U_B$  et  $B_1$  correspondant respectivement aux branches et aux liens. La matrice partitionnée est représentée dans la figure 1.18.

b	coupe de base		
	e	A	B
1	+1	0	0
2	0	+1	0
3	0	0	+1
4	0	+1	+1
5	+1	-1	-1
6	-1	+1	0

 $B =$ 

coupe de base	
Arbres	$U_b$
Liens	$B_1$

Figure 1.18 Matrice partitionnée de coupe de base

La matrice d'identité  $U_b$  montre la correspondance un par un entre les branches et les ensembles des coupes de base.

On rappelle que l'incidence des liaisons vers les bus est indiquée par la sous-matrice  $A_1$  et l'incidence des branches vers les nœuds par  $A_b$ .

$$B_1 A_b = A_1 \quad (1.11)$$

Donc

$$B_1 = A_1 A_b^{-1} \quad (1.12)$$

En substituant l'équation (1.10) dans l'équation (1.9) :

$$B_1 = A_1 K^t \quad (1.13)$$

Ceci est illustré sur la figure 1.19.

0	0	-1
1	0	1
1	-1	0

 $*$ 

-1	0	0
0	-1	0
0	-1	-1

 $=$ 

0	1	1
1	-1	-1
-1	1	0

Figure 1.19 Illustration de l'équation  $B_1 = A_1 K^t$

### 1.3.5. Matrice d'incidence de boucle de base C

Dans la section 2.3, les boucles de base sont définies dans la figure 1.20 Les boucles de base pour le système d'échantillonnage en cours de discussion sont représentées. La matrice d'incidence de la boucle de base C montre l'incidence des éléments de graphe connecté aux boucles de base. L'incidence de l'élément est indiquée comme suit:

- $C_{pq} = 1$  Si le  $p^{\text{ème}}$  élément est incident et orienté dans la même direction que la  $q^{\text{ème}}$  boucle de base.
- $C_{pq} = -1$  Si le  $p^{\text{ème}}$  élément est incident et orienté dans la direction opposée au  $q^{\text{ème}}$  boucle de base.

- $C_{pq} = 0$  Si le  $p^{\text{ème}}$  élément n'est pas incident avec la  $q^{\text{ème}}$  boucle.

La matrice d'incidence de boucle de base a la dimension  $(e \times l)$  et la matrice est représentée dans la figure 1.21.

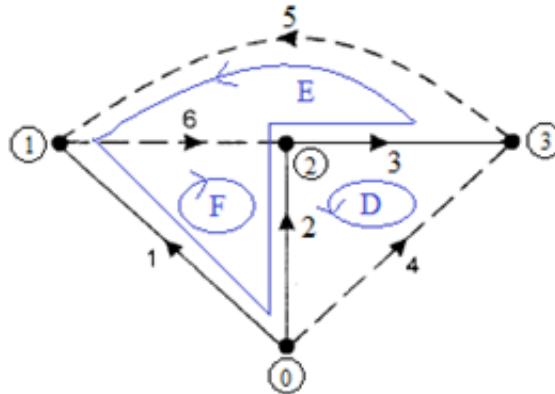


Figure 1.20 Boucles de base (D, E, F) et boucles ouvertes (A, B, C).

		Boucle		
		e	"A"	"B"
C	1	1	0	-1
	2	-1	-1	1
	3	0	-1	1
	4	0	1	0
	5	0	0	1
	6	1	0	0

		Boucle		
		e	D	E
C	1	0	-1	+1
	2	-1	+1	-1
	3	-1	+1	0
	4	1	0	0
	5	0	+1	0
	6	0	0	+1

Figure 1.21 Matrice d'incidence de boucle de base pour la figure 1.20

Il est possible de partitionner la matrice d'incidence de boucle de base comme sur la figure 1.22.

		Boucle de base		
		b	e	
C	1	0	0	+1
	2	-1	0	-1
	3	-1	+1	0
	4	1	0	0
	5	0	+1	0
	6	0	+1	0

		coupe de base		
		b	e	
C	Arbres	$C_b$		
	Liens	$U_l$		

Figure 1.22 Partitionnement de la matrice d'incidence de boucle de base.

La matrice unitaire  $U_l$ , montre la correspondance un par un des liens vers les boucles de base.

#### 1.4. Équations de performance du réseau

Le réseau du système d'alimentation se compose de composants tels que des générateurs, des transformateurs, des lignes de transmission, des disjoncteurs, des batteries de condensateurs, etc., qui sont tous connectés ensemble pour effectuer une fonction spécifique. Certains sont en séries et certains sont en connectés en parallèles.

Quelle que soit leur configuration réelle, l'analyse du réseau est effectuée soit par méthode nodale, soit par boucle. Dans le cas d'un système d'énergie, en général, chaque nœud est également un bus. Donc, dans le cadre du bus de référence, les performances du réseau électrique sont décrites par (n-1) équations nodales indépendantes, où n est le nombre total de nœuds. Sous la forme d'impédance, l'équation de performance, suivant la loi d'Ohm sera :

$$\bar{V} = [Z_{BUS}] \bar{I}_{Bus} \quad (1.14)$$

Avec :

$\bar{V}_{BUS}$  = Vecteur des tensions de nœud mesurées par rapport à un nœud de référence.

$\bar{I}_{Bus}$  = Vecteur des courants de nœud.

$[Z_{BUS}]$  = Matrice d'impédance de nœud.

Prenons un système à 3 bus ou 3 nœuds :

$$[Z_{BUS}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1) & (2) & (3) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix} & \left| \begin{array}{ccc} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{array} \right| \end{matrix}$$

$$\bar{I}_{Bus} = [Y_{BUS}] \bar{V}_{Bus} \quad (1.15)$$

Avec :

$[Y_{BUS}]$  = matrice d'admittance de bus dont les éléments diagonaux et non diagonaux.

Par définition :

$$[Y_{BUS}] = [Z_{BUS}]^{-1} \quad (1.16)$$

De la même manière, nous pouvons obtenir les équations de performance dans le cadre de la branche de référence :

$$\bar{V}_{BR} = [Z_{BR}] \cdot \bar{I}_{BR} \quad (1.17)$$

Décrire les performances du réseau dans la forme d'admittance :



$$\bar{I}_{BR} = [Y_{BR}] \bar{V}_{BR} \quad (1.18)$$

Avec :

$\bar{I}_{BR}$  : Vecteur de courants à travers les branches.

$\bar{V}_{BR}$  : Vecteur de tensions aux bornes des branches.

$[Y_{BR}]$  : Matrice d'admittance de branche.

$[Z_{BR}]$  : Matrice d'impédance de branche.

De même, dans la forme de la boucle de référence, l'équation de performance peut être décrite par I équations de boucle indépendantes où I est le nombre de liaisons ou de boucles de base.

Dans la forme d'impédance :

$$\bar{V}_{Loop} = [Z_{Loop}] \bar{I}_{Loop} \quad (1.19)$$

Et dans la forme d'admittance :

$$\bar{I}_{Loop} = [Y_{Loop}] \bar{V}_{Loop} \quad (1.20)$$

Avec :

$\bar{V}_{Loop}$  : Vecteur des tensions de boucle de base.

$\bar{I}_{Loop}$  : Vecteur de courants de boucle de base.

$[Z_{Loop}]$  : Matrice d'impédance de boucle.

$[Y_{Loop}]$  : Matrice d'admittance de boucle.

### 1.5. Matrice d'admittance par transformations singulières

Les matrices de réseau couramment utilisées dans l'analyse des réseaux électriques pouvant être obtenues par la transformation singulière sont:

(a) Matrice d'admittance et Matrice d'impédance de bus.

(b) Matrice d'admittance et d'impédance de branche.

(c) Matrice d'impédance et d'admittance de boucle.

#### 1.5.1. Matrice d'admittance de bus et matrice d'impédance de bus

La matrice d'admittance de bus  $Y_{BUS}$  peut être obtenue en déterminant la relation entre les variables et les paramètres du réseau primitif décrit dans la section (2.1) aux quantités de bus du réseau en utilisant la matrice d'incidence de bus.

$$\bar{i}_+ \bar{j} = [y] \bar{v} \quad (1.21)$$

Pré multiplication par  $[A^t]$ , la transposée de la matrice d'incidence du bus est :

$$[A^t] \bar{i} + [A^t] \bar{j} = A^t [y] \bar{v} \quad (1.22)$$

La matrice A montre les connexions des éléments aux bus.  $[A^t] i$  est donc un vecteur, dans lequel, chaque élément est la somme algébrique des courants qui se terminent à l'un des bus. Suivant la loi actuelle de Kirchhoff, la somme algébrique des courants à n'importe quel nœud ou bus doit être nulle. Par conséquent :

$$[A^t] \bar{i} = 0 \quad (1.23)$$

De nouveau, le terme  $[A^t] \bar{j}$  indique la somme algébrique des courants de source à chacun des bus et doit être égal au vecteur des courants de bus imposés. Par conséquent :

$$\bar{I}_{\text{Bus}} = [A^t] \bar{j} \quad (1.24)$$

Remplacer l'équation (1.23) et (1.24) dans (1.22) :

$$\bar{I}_{\text{Bus}} = [A^t] [y] \bar{v} \quad (1.25)$$

Dans le bus, la puissance du réseau est donnée par :

$$[\bar{I}_{\text{Bus}}^*]^t \bar{V}_{\text{BUS}} = P_{\text{BUS}} \quad (1.26)$$

La puissance dans le réseau primitif est donnée par :

$$(\bar{J}^*)^t \bar{v} = P \quad (1.27)$$

La puissance doit être invariante, pour que la transformation des variables soit invariante.

Donc,

$$[\bar{I}_{\text{Bus}}^*]^t \bar{V}_{\text{BUS}} = [\bar{J}^*]^t \bar{V} \quad (1.28)$$

Transposée conjuguée de l'équation. (1.24) donne :

$$[\bar{I}_{\text{Bus}}^*]^t = [\bar{J}^*]^t v^* \quad (1.29)$$

Cependant, comme A est la matrice réelle  $A = A^*$

$$[\bar{I}_{\text{Bus}}^*]^t = (\bar{J}^*)^t [A] \quad (1.30)$$

Remplacer (1.30) dans (1.28) :

$$(\bar{J}^*)^t [A] \bar{V}_{\text{bus}} = (\bar{J}^*)^t \bar{V} \quad (1.31)$$

c'est-à-dire :

$$[A]\bar{V}_{bus} = \bar{V} \quad (1.32)$$

Remplacer l'équation. (1.31) dans (1.25) :

$$\bar{I}_{bus} = [A^t] [y][A]\bar{v}_{bus} \quad (1.33)$$

À partir d'équation (1.15) :

$$\bar{I}_{bus} = [Y_{bus}]\bar{v}_{bus} \quad (1.34)$$

Par conséquent

$$[Y_{BUS}] = [A^t][Y][A] \quad (1.35)$$

Une fois que  $[Y_{BUS}]$  est évalué à partir de la transformation ci-dessus,  $(Z_{BUS})$  peut être déterminé à partir de la relation.

$$[Z_{BUS}] = [Y_{BUS}]^{-1} = \{[A^t][y][A]\}^{-1} \quad (1.36)$$

$[Z_{BUS}]$  : La matrice d'impédance de nœud.

$[Y_{BUS}]$  : La matrice d'admittance de bus.

$[A]$  : La matrice d'incidence des bus.

$[A^t]$  : La transposée de la matrice d'incidence du bus.

$[y]$  : La matrice primitive.

### 1.5.2. Matrices d'admittance de branche et d'impédance de branche

Afin d'obtenir la matrice d'admittance de branche  $Y_{BR}$ , la matrice d'incidence de coupe de base  $[B]$  est utilisée. Les variables et paramètres du réseau primitif sont liés aux variables et paramètres du réseau d'admittance de branche.

Pour le réseau primitif

$$\bar{i} + \bar{j} = [y]\bar{v} \quad (1.37)$$

Pré multiplication par  $B^t$  :

$$[B]^t \bar{i} + [B]^t \bar{j} = [B]^t [y] \bar{v} \quad (1.38)$$

Il est clair que la matrice  $[B]$  montre l'incidence des éléments sur les coupes de base. Chaque élément du vecteur  $[B^t] \bar{i}$  est la somme algébrique des courants à travers les éléments qui sont connectés à un ensemble de coupes de base. Chaque coupe-ensemble divise le réseau en deux

sous-réseaux connectés. Ainsi chaque élément du vecteur  $[B^t] \bar{i}$  représente la somme algébrique des courants entrant dans un sous-réseau qui doit être nul par la loi de Kirchhoff.

Par conséquent,

$$[B^t] \bar{i} = 0 \quad (1.39)$$

$[B^t] \bar{j}$  est un vecteur dans lequel chaque élément est la somme algébrique des courants de source des éléments incidents au coupe de base et représente le courant de source total en parallèle avec une branche.

$$[B^t] \bar{j} = \bar{I}_{BR} \quad (1.40)$$

donc,

$$\bar{I}_{BR} = [B^t][y] \bar{v} \quad (1.41)$$

Pour l'invariance de puissance.

$$\bar{I}_{BR}^{*t} \cdot \bar{v}_{BR} = \bar{j}^{*t} \bar{v} \quad (1.42)$$

Conjugué transposé de l'équation. (1.40) donne :

$$\bar{j}^{*t} [B]^* = \bar{I}_{BR}^{*t} \quad (1.43)$$

En remplaçant (1.43) dans l'équation précédente. (1.42) et comme  $[B]$  est une matrice réelle :

$$[B]^* = [B] \quad (1.44)$$

Par conséquent,

$$(j^*)^t [B] \bar{v}_{BR} = (j^*)^t \bar{v} \quad (1.45)$$

c'est-à-dire :

$$\bar{v} = [B] \bar{v}_{BR} \quad (1.46)$$

Remplacer les équations. (1.45) dans (1.41)

$$\bar{I}_{BR} = [B]^t [y] [B] \bar{v}_{BR} \quad (1.47)$$

Cependant, les tensions et courants de branche sont liés par :

$$\bar{I}_{BR} = [Y_{BR}] \cdot \bar{V}_{BR} \quad (1.48)$$

En comparant (1.47) et (1.48) :

$$[Y_{BR}] = [B]^t [Y] [B] \quad (1.49)$$

Puisque la matrice de l'ensemble de coupe de base [B] est une matrice singulière, la transformation [Y<sub>BR</sub>] est une transformation singulière de [y]. La matrice d'impédance de branche est donc donnée par :

$$[Z]_{BR} = [Y_{BR}]^{-1} \quad (1.50)$$

$$[Z]_{BR} = [Y]_{BR}^{-1} = \{[B]^t [y] [B]\}^{-1} \quad (1.51)$$

[Z<sub>BR</sub>] : La matrice d'impédance de branche.

[Y<sub>BR</sub>] : La matrice d'admittance de branche.

[B] : La matrice d'incidence de coupe de base .

[B<sup>t</sup>] : La transposée de la matrice d'incidence de coupe de base .

[y] : La matrice primitive.

### 1.5.3. Matrices d'impédance et d'admittance de boucle

La matrice d'impédance de boucle est désignée par [Z<sub>Loop</sub>]. La matrice d'incidence de boucle de base [C] est utilisée pour obtenir [Z<sub>Loop</sub>] en termes d'éléments du réseau primitif.

L'équation de performance du réseau primitif est :

$$\bar{v} + \bar{e} = [Z] \bar{i} \quad (1.52)$$

Pré-multiplication par [C<sup>t</sup>] :

$$[C]^t [\bar{v}] + [C]^t \bar{e} = [C]^t [Z] \bar{i} \quad (1.53)$$

Comme la matrice [C] montre l'incidence des éléments sur les boucles de base, [C<sup>t</sup>]  $\bar{v}$  donne la somme algébrique des tensions autour de chaque boucle de base. Selon la loi de tension de Kirchhoff, la somme algébrique des tensions autour d'une boucle est nulle.

Par conséquent, [C<sup>t</sup>]  $\bar{v} = 0$ . Aussi [C<sup>t</sup>]  $\bar{e}$  donne la somme algébrique des tensions de source autour de chaque boucle de base; pour que,

$$\bar{v}_{LOOP} = [C]^t \bar{e} \quad (1.54)$$

De la condition d'invariance de puissance pour la boucle et les réseaux primitifs.

$$(\bar{I}_{Loop}^*)^t \cdot \bar{V}_{Loop} = (\bar{i}^*)^t \bar{e} \quad (1.55)$$

pour toutes les valeurs de  $\bar{e}$ .

Remplacer (1.54) dans l'équation (1.55) :

$$(\bar{I}_{Loop}^*)^t [C^t] \bar{e} = (\bar{i}^*)^t \bar{e} \quad (1.56)$$

Donc,

$$\bar{i} = [C^*]^t \bar{I}_{Loop} \quad (1.57)$$

Cependant, comme  $[C]$  est une matrice réelle  $[C] = [C^*]$

Par conséquent,

$$\bar{i} = [C] \bar{I}_{Loop} \quad (1.58)$$

A partir de l'équation. (1.54), (1.56) et (1.58) :

$$(\bar{V}_{Loop} = [C^t][z][C] \bar{I}_{Loop} \quad (1.59)$$

Cependant, pour le cadre de référence en boucle, l'équation de performance de l'équation (1.19) est :

$$\bar{V}_{Loop} = [Z_{Loop}] \bar{I}_{Loop} \quad (1.60)$$

Comparant les équations (1.59) et (1.60) :

$$[Z_{Loop}] = [C^t][z][C] \quad (1.61)$$

$[C]$  étant une matrice singulière la transformation équation (1.61) est une transformation singulière de  $[z]$ .

La matrice d'admittance de boucle est obtenue à partir de :

$$[Y_{Loop}] = [Z_{Loop}^{-1}] = \{[C]^t[z][C]\}^{-1} \quad (1.62)$$

$[Z_{Loop}]$  : La matrice d'impédance de boucle.

$[Y_{Loop}]$  : La matrice d'admittance de branche.

$[C]$  : La matrice d'incidence de boucle de base.

$[C^t]$  : La transposée de la matrice d'incidence de boucle de base.

$[Z]$  : La Matrice primitive.

$$\begin{aligned}
 [y] &= [z]^{-1} \\
 [Y_{BUS}] &= [A^t][y][A] \\
 [Z_{BUS}] &= [Y_{BUS}]^{-1} \\
 [Y_{BR}] &= [B^t][y][B] \\
 [Z_{BR}] &= [Y_{BR}]^{-1} \\
 [Z_{Loop}] &= [C^t][Z][C] \\
 [Y_{Loop}] &= [Z_{Loop}]^{-1}
 \end{aligned}$$

Figure 1.23 Transformation singulière des matrices

### 1.6. Matrice d'admittance par inspection directe (KCL)

Considérons la source de tension  $V_s$  avec une impédance de source (série) de  $Z_s$  comme indiqué sur la figure 1.24 (a). En utilisant le théorème de Norton, ce circuit peut être remplacé par une source de courant  $I_s$  avec une admittance parallèle de  $Y_s$  comme le montre la figure 1.24 (b). Les relations entre le système d'origine et l'équivalent Norton sont :

$$I_s = \frac{V_s}{Z_s} \text{ and } Y_s = \frac{1}{Z_s} \quad (1.63)$$

Nous utiliserons ce théorème de Norton pour la formulation de la matrice  $Y_{bus}$ .

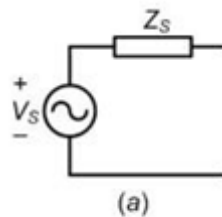


Figure 1.24 (a) Source de tension avec une impédance de source

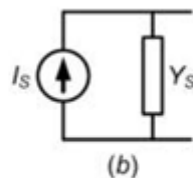


Figure 1.24 (b) Circuit équivalent en Norton

Pour le moment, nous supposons l'approximation de la ligne courte pour la formulation de la matrice d'admittance du bus. Nous relâcherons ensuite cette hypothèse et utiliserons la représentation  $\pi$  du réseau pour les études de flux d'énergie. Considérez le système d'alimentation à 4 bus illustré dans la figure 1.25. Celui-ci contient deux générateurs  $G_1$  et  $G_2$  qui sont connectés par les transformateurs  $T_1$  et  $T_2$  aux bus 1 et 2. Notons les réactances

synchrones de  $G_1$  et  $G_2$  par  $X_{G1}$  et  $X_{G2}$  respectivement et les réactances de fuite de  $T_1$  et  $T_2$  par  $X_{T1}$  et  $X_{T2}$  respectivement. Soit  $Z_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, 4$  et  $j = 1, \dots, 4$  l'impédance de ligne entre les bus  $i$  et  $j$ .

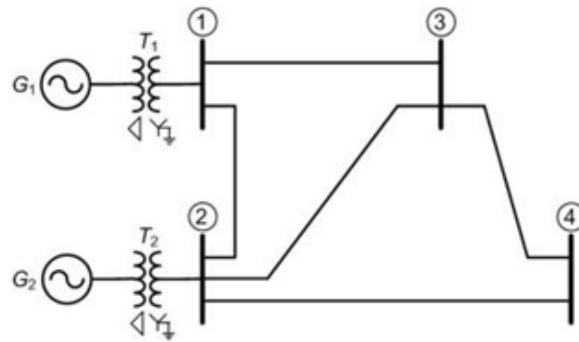


Figure. 1.25 Schéma unifilaire d'un réseau électrique simple

Ensuite, le diagramme d'impédance du système est comme indiqué sur la figure 1.26 où  $Z_{11} = j(X_{G1} + X_{T1})$  et  $Z_{22} = j(X_{G2} + X_{T2})$ .

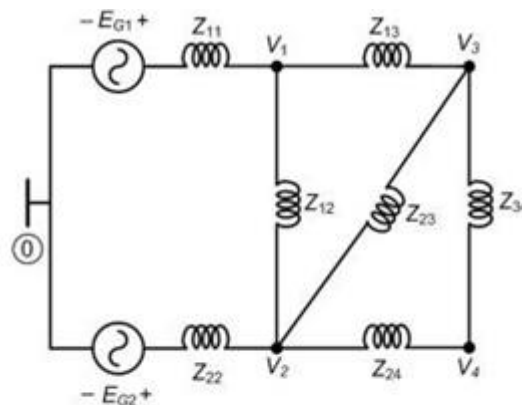


Figure 1.26 Diagramme d'impédance du réseau électrique de la Fig. 1.25

Dans cette figure, les nœuds avec les tensions de nœud de  $V_1$  à  $V_2$  indiquent respectivement les bus 1 à 2. Le bus 0 indique le nœud de référence qui est généralement le neutre du système connecté en Y. Le diagramme d'impédance est converti en un diagramme d'admittance équivalent illustré à la figure 1.27. Dans ce diagramme  $Y_{ij} = 1 / Z_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, 4$  et  $j = 1, \dots, 4$ . Les sources de tension  $E_{G1}$  et  $E_{G2}$  sont converties en sources de courant équivalentes  $I_1$  et  $I_2$  respectivement en utilisant le théorème de Norton discuté avant.



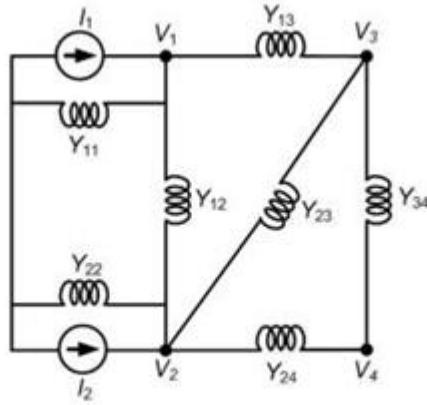


Figure 1.27 Diagramme d'admittance équivalent de l'impédance de la Fig. 1.26

Nous aimerions déterminer les relations tension-courant du réseau illustré à la figure 1.27. Il est à noter que cette relation peut s'écrire en termes de tensions de nœud (bus)  $V_1$  à  $V_2$  et de courants injectés  $I_1$  et  $I_2$  comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = Y_{bus} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = Z_{bus} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

On voit facilement que nous obtenons (1.63) de (1.64) et (1.65).

Considérons le nœud (bus) 1 qui est connecté aux nœuds 2 et 3. Ensuite, en appliquant KCL à ce nœud, nous obtenons :

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}V_1 + Y_{12}(V_1 - V_2) + Y_{13}(V_1 - V_3) \\ &= (Y_{11} + Y_{12} + Y_{13})V_1 - Y_{12}V_2 - Y_{13}V_3 \end{aligned} \quad (1.66)$$

De la même manière, l'application de KCL (Kirchhoff's Current Law) aux nœuds 2, 3 et 4 aboutit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} I_2 &= Y_{22}V_2 + Y_{12}(V_2 - V_1) + Y_{23}(V_2 - V_3) + Y_{24}(V_2 - V_4) \\ &= -Y_{12}V_1 + (Y_{22} + Y_{12} + Y_{23} + Y_{24})V_2 - Y_{23}V_3 - Y_{24}V_4 \end{aligned} \quad (1.67)$$

$$\begin{aligned}
0 &= Y_{13}(V_3 - V_1) + Y_{23}(V_3 - V_2) + Y_{34}(V_3 - V_4) \\
&= -Y_{13}V_1 - Y_{23}V_2 + (Y_{13} + Y_{23} + Y_{34})V_3 - Y_{34}V_4
\end{aligned} \tag{1.68}$$

$$\begin{aligned}
0 &= Y_{24}(V_4 - V_2) + Y_{34}(V_4 - V_3) \\
&= -Y_{24}V_2 - Y_{34}V_3 + (Y_{24} + Y_{34})V_4
\end{aligned} \tag{1.69}$$

En combinant (1.66) à (1.69), nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} & -Y_{12} & -Y_{13} & 0 \\ -Y_{12} & Y_{22} + Y_{12} + Y_{23} + Y_{24} & -Y_{23} & -Y_{24} \\ -Y_{13} & -Y_{23} & Y_{13} + Y_{23} + Y_{34} & -Y_{34} \\ 0 & -Y_{24} & -Y_{34} & Y_{24} + Y_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \tag{1.70}$$

En comparant (1.70) avec (1.65) on peut écrire :

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} & -Y_{12} & -Y_{13} & 0 \\ -Y_{12} & Y_{22} + Y_{12} + Y_{23} + Y_{24} & -Y_{23} & -Y_{24} \\ -Y_{13} & -Y_{23} & Y_{13} + Y_{23} + Y_{34} & -Y_{34} \\ 0 & -Y_{24} & -Y_{34} & Y_{24} + Y_{34} \end{bmatrix} \tag{1.71}$$

En général, le format de la matrice  $Y_{bus}$  pour un système d'alimentation n -bus est le suivant :

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots & -Y_{1n} \\ -Y_{12} & Y_2 & -Y_{23} & \dots & -Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Y_{1n} & -Y_{2n} & -Y_{3n} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \tag{1.72}$$

Avec

$$Y_{ii} = y_{i0} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n y_{ij} \tag{1.73}$$

$$Y_{ij} = -y_{ij}, \text{ Avec } i \neq j$$

### 1.6.1. Insertion des condensateurs de ligne

Jusqu'à présent, nous avons supposé que les lignes de transmission sont modélisées avec des impédances série localisées sans les capacités de shunt. Cependant en pratique, la matrice  $Y_{bus}$  contient les admittances de shunt pour l'analyse de flux de charge dans laquelle les lignes de transmission sont représentées par son équivalent  $\pi$ . Notez que le fait que la ligne soit supposée être de longueur moyenne ou longue n'a pas d'importance.

Considérons maintenant le système d'énergie de la Figure ci dessous. Supposons que toutes les lignes soient représentées en  $\pi$  avec l'admittance shunt entre les lignes  $i$  et  $j$  étant notée  $Y_{chij}$ . Alors l'admittance équivalente aux deux extrémités de cette ligne sera  $Y_{chij}/2$ . Par exemple, la capacité de shunt aux deux extrémités de la ligne joignant les bus 1 et 3 sera  $Y_{ch13}/2$ . Nous pouvons alors modifier le diagramme d'admittance de la Figure ci dessous comme le montre la figure 1.28. La matrice  $Y_{bus}$  de (1.73) est alors modifiée comme :

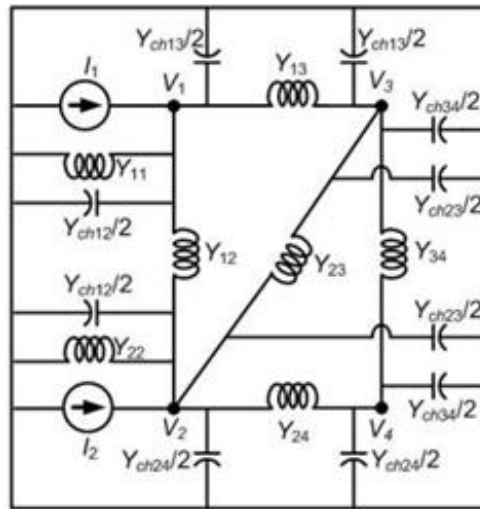


Figure 1.28 Schéma d'un système avec les condensateurs shunt de ligne

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{12} + Y_{13} + Y_{ck1} & -Y_{12} & Y_{13} & 0 \\ -Y_{12} & Y_{22} + Y_{12} + Y_{23} + Y_{24} + Y_{ck2} & -Y_{23} & -Y_{24} \\ -Y_{13} & -Y_{23} & Y_{13} + Y_{23} + Y_{34} + Y_{ck3} & -Y_{34} \\ 0 & -Y_{24} & -Y_{34} & Y_{24} + Y_{34} + Y_{ck4} \end{bmatrix} \quad (1.74)$$

Avec

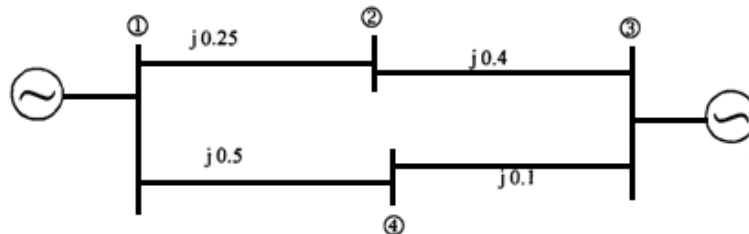
$$\begin{aligned} Y_{ck1} &= \frac{Y_{ck12} + Y_{ck13}}{2} \\ Y_{ck2} &= \frac{Y_{ck12} + Y_{ck23} + Y_{ck24}}{2} \\ Y_{ck3} &= \frac{Y_{ck13} + Y_{ck23} + Y_{ck34}}{2} \\ Y_{ck4} &= \frac{Y_{ck24} + Y_{ck34}}{2} \end{aligned} \quad (1.75)$$

### Exemple 1.1

Un réseau électrique se compose de 4 bus. Les générateurs sont connectés aux bus 1 et 3. Trouvez la matrice d'admittance [ $Y_{BUS}$ ] :

- Par inspection directe.
- En utilisant la transformation singulière,

Le nœud (1) est pris comme référence.



**Solution :**

- Par inspection directe**

$$Y_{BUS} = \begin{array}{c|cccc} & (1) & (2) & (3) & (4) \\ \hline 1 & \frac{1}{j0.25} + \frac{1}{j0.5} & -\frac{1}{j0.25} & 0 & -\frac{1}{j0.5} \\ \hline 2 & -\frac{1}{j0.25} & \frac{1}{j0.4} + \frac{1}{j0.25} & -\frac{1}{j0.4} & 0 \\ \hline 3 & 0 & -\frac{1}{j0.4} & \frac{1}{j0.4} + \frac{1}{j0.1} & -\frac{1}{j0.1} \\ \hline 4 & -\frac{1}{j0.5} & 0 & -\frac{1}{j0.1} & \frac{1}{j0.1} + \frac{1}{j0.5} \end{array}$$

La matrice est réduite :

$$Y_{BUS} = \begin{array}{c|cccc} & (1) & (2) & (3) & (4) \\ \hline 1 & -j6.0 & j4.0 & 0 & j2.0 \\ \hline 2 & j4.0 & -j6.5 & j2.5 & 0 \\ \hline 3 & 0 & j2.5 & -j12.5 & j10 \\ \hline 4 & +j2 & 0 & j10 & -j12 \end{array}$$

$Y_{BUS} =$

```
0.0000 - 6.0000i   0.0000 + 4.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 2.0000i
0.0000 + 4.0000i   0.0000 - 6.5000i   0.0000 + 2.5000i   0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 2.5000i   0.0000 -12.5000i   0.0000 +10.0000i
0.0000 + 2.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 +10.0000i   0.0000 -12.0000i
```

Suppression du bus de référence (1)

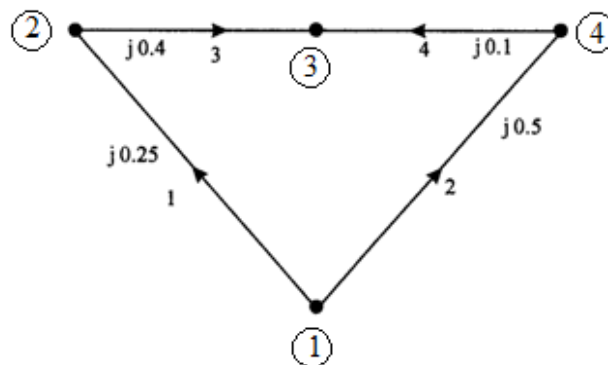
$$Y_{BUS} = \begin{array}{c|ccc} & (2) & (3) & (4) \\ \hline (2) & -j6.5 & j2.5 & 0 \\ (3) & j2.5 & -j12.5 & j10 \\ (4) & 0 & j10 & -j12.0 \end{array}$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.0000 - 6.5000i & 0.0000 + 2.5000i & 0.0000 + 0.0000i \\ 0.0000 + 2.5000i & 0.0000 - 12.5000i & 0.0000 + 10.0000i \\ 0.0000 + 0.0000i & 0.0000 + 10.0000i & 0.0000 - 12.0000i \end{bmatrix}$$

$$\text{imag}(Y_{bus}) = \begin{bmatrix} -6.5000 & 2.5000 & 0 \\ 2.5000 & -12.5000 & 10.0000 \\ 0 & 10.0000 & -12.0000 \end{bmatrix}$$

b) Par transformation singulière

En prenant le nœud (1) comme référence, le graphe orienté est donné par la figure ci-dessous :



La matrice primitive d'impédance :

$$[z] = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & j0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & j0.5 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & j0.4 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & j0.1 \end{array}$$

La matrice primitive d'admittance est obtenue en prenant les inverses des éléments z :

$$[y] = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & -j4 & & & \\ 2 & & -j2 & & \\ 3 & & & -j2.5 & \\ 4 & & & & -j10 \end{array}$$

La matrice d'incidence nœud / élément à partir du graphe orienté :

$$\bar{A} = \begin{array}{c|cccc} & (1) & (2) & (3) & (4) \\ \hline 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}$$

La matrice de bus à partir du graphe orienté :

$$A = \begin{array}{c|ccc} & (2) & (3) & (4) \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & +1 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & +1 \end{array}$$

Le produit  $y \cdot A$

$$y \cdot A = \begin{bmatrix} j4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j2 \\ -j2.5 & j2.5 & 0 \\ 0 & j10 & -j10 \end{bmatrix}$$

Le produit  $A^t \cdot y \cdot A$

$$A^t y A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j2 \\ -j2.5 & j2.5 & 0 \\ 0 & j10 & -j10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j6.5 & j2.5 & 0 \\ j2.5 & -j12.5 & j10 \\ 0 & j10 & -j12.0 \end{bmatrix}$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -6.5000 & 2.5000 & 0 \\ 2.5000 & -12.5000 & 10.0000 \\ 0 & 10.0000 & -12.0000 \end{bmatrix}$$

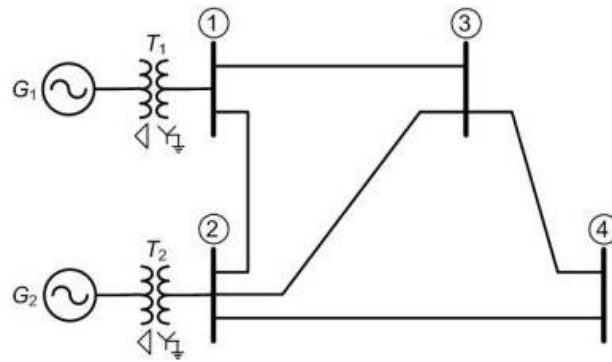
### Exemple 1.2

Considérons le système de la figure ci-dessous, dans lequel les paramètres du système sont donnés en pu :

$$Z_{11} = Z_{22} = j0.25, \quad Z_{12} = j0.2, \quad Z_{13} = j0.25, \quad Z_{23} = Z_{34} = j0.4 \text{ et } Z_{24} = j0.5$$

L'admittance du système peut alors être écrite en pu comme suit :

$$Y_{11} = Y_{22} = -j4, \quad Y_{12} = -j5, \quad Y_{13} = -j4, \quad Y_{23} = Y_{34} = -j2.5 \text{ et } Y_{24} = -j2$$



La matrice  $Y_{bus}$  est alors donnée comme suit :

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -13 & 5 & 4 & 0 \\ 5 & -13.5 & 2.5 & 2 \\ 4 & 2.5 & -9 & 2.5 \\ 0 & 2 & 2.5 & -4.5 \end{bmatrix} \quad \text{d'impédance de bus est}$$

Par conséquent, la matrice donnée par :

$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} 0.1531 & 0.0969 & 0.1264 & 0.1133 \\ 0.0969 & 0.1531 & 0.1236 & 0.1367 \\ 0.1264 & 0.1236 & 0.2565 & 0.1974 \\ 0.1133 & 0.1367 & 0.1974 & 0.3926 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

On peut voir que comme la matrice  $Y_{bus}$ , la matrice  $Z_{bus}$  est également symétrique.

Supposons maintenant que les tensions  $E_{G1}$  et  $E_{G2}$  soient données par :

$$E_{G1} = 1 \angle 30^\circ \text{ pu} \quad \text{and} \quad E_{G2} = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

Les sources de courant  $I_1$  et  $I_2$  sont alors données par :

$$I_1 = \frac{E_{G1}}{Z_{11}} = \frac{1 \angle 30^\circ}{0.25 \angle 90^\circ} = 4 \angle -60^\circ \text{ pu}$$

$$I_2 = \frac{E_{G2}}{Z_{22}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{0.25 \angle 90^\circ} = 4 \angle -90^\circ \text{ pu}$$

Nous obtenons alors les tensions aux nœuds de (3.4) comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j0.1531 & j0.0969 & j0.1264 & j0.1133 \\ 0.0969 & j0.1531 & j0.1236 & j0.1367 \\ j0.1264 & j0.1236 & j0.2565 & j0.1974 \\ j0.1133 & j0.1367 & j0.1974 & j0.3926 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \angle -60^\circ \\ 4 \angle -90^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ pu}$$

En résolvant l'équation ci-dessus, nous obtenons les tensions de nœud comme :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9677 \angle 18.45^\circ \\ 0.9677 \angle 11.55^\circ \\ 0.9659 \angle 15.18^\circ \\ 0.9662 \angle 13.56^\circ \end{bmatrix} \text{ pu}$$



## Chapitre II Modélisation de base des réseaux électriques II

### 2.1. Introduction

Comme nous l'avons vu précédemment, un réseau électrique peut être converti en un diagramme d'impédance équivalent. Ce diagramme constitue la base des études de l'écoulement de puissance (ou écoulement de charge) et l'analyse des courts-circuits. Dans ce chapitre, nous discuterons la formation d'une matrice d'admittance de bus (également appelée matrice  $Y_{bus}$ ) et d'une matrice d'impédance de bus (également appelée matrice  $Z_{bus}$ ). Ces deux matrices sont liées par :

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \quad (2.1)$$

Nous discuterons d'abord de la formation de la matrice  $Y_{bus}$ . Ceci sera suivi par la discussion sur la formation de la matrice  $Z_{bus}$ .

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = Y_{bus} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

### 2.2. Formation de la matrice d'admittance de bus

#### 2.2.1. Élimination des nœuds par partitionnement matriciel

Parfois, il est souhaitable de réduire le réseau en éliminant les nœuds dans lesquels le courant n'entre pas ou ne sort pas. Soit (2.2) écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_x \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dans l'équation ci-dessus  $I_A$  est un vecteur contenant les courants qui sont injectés,  $I_x$  est un vecteur nul et la matrice  $Y_{bus}$  est fractionnée avec les matrices  $K$ ,  $L$  et  $M$ . Notez que la matrice  $Y_{bus}$  contient à la fois  $L$  et  $L^T$  en raison de sa nature symétrique.

Nous obtenons les deux ensembles d'équations suivants à partir de (2.3) :

$$I_A = KV_A + LV_x \quad (2.4)$$

$$0 = I_x = L^T V_A + M V_x \Rightarrow V_x = -M^{-1} L^T V_A \quad (2.5)$$

En remplaçant (2.4) dans (2.5) on obtient :

$$I_A = (K - LM^{-1}L^T)Y_A \quad (2.6)$$

Par conséquent, nous obtenons la matrice d'admittance de bus réduite suivante :

$$Y_{bus}^{reduced} = K - LM^{-1}L^T \quad (2.7)$$

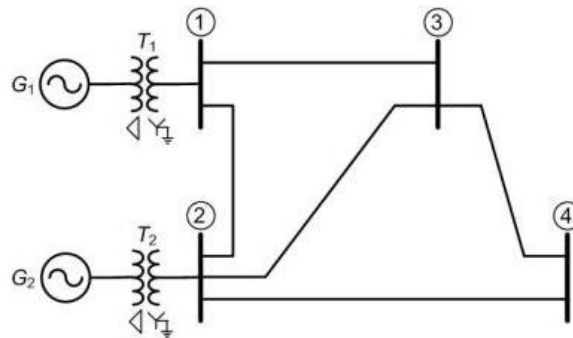
### Exemple 2.1

Considérons le système de la figure ci-dessous. Puisqu'il n'y a pas d'injection de courant dans le bus 3 et le bus 4, à partir du  $Y_{bus}$  calculée, nous pouvons écrire :

$$Z_{11} = Z_{22} = j0.25, Z_{12} = j0.2, Z_{13} = j0.25, Z_{23} = Z_{34} = j0.4 \text{ and } Z_{24} = j0.5$$

$$Y_{11} = Y_{22} = -j4, Y_{12} = -j5, Y_{13} = -j4, Y_{23} = Y_{34} = -j2.5 \text{ and } Y_{24} = -j2$$

$$I_1 = 4 \angle -60^\circ \text{ pu et } I_2 = 4 \angle -90^\circ \text{ pu.}$$



**Solution :**

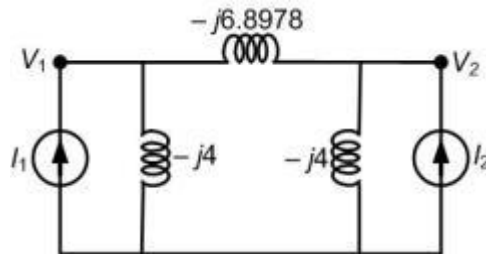
$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -13 & 5 & 4 & 0 \\ 5 & -13.5 & 2.5 & 2 \\ 4 & 2.5 & -9 & 2.5 \\ 0 & 2 & 2.5 & -4.5 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -j13 & j5 \\ j5 & -j13.5 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} j4 & 0 \\ j2.5 & j2 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad M = \begin{bmatrix} -j9 & j2.5 \\ j2.5 & -j4.5 \end{bmatrix}$$

Nous avons alors :

$$Z_{bus}^{reduced} = K - LM^{-1}L^T = \begin{bmatrix} -j10.8978 & j6.8978 \\ j6.8978 & -j10.8978 \end{bmatrix}$$

En inspectant la matrice  $Y_{bus}$  réduite, nous pouvons constater que l'admittance entre les bus 1 et 2 est de  $-j 6,8978$  pu. Par conséquent, l'auto-admittance (l'admittance connectée en shunt) des bus 1 et 2 est de  $-j4$  pu ( $= -j 10,8978 + j 6,8978$ ). Le diagramme d'admittance réduite obtenu en éliminant les nœuds 3 et 4 est illustré dans la Figure ci-dessous. Il est à noter que l'impédance entre les bus 1 et 2 est l'impédance de Thevenin entre ces deux bus. La valeur de cette impédance est  $1 / (-j 6,8978) = j 0,145$  pu.



### 2.2.2. Élimination des nœuds par réduction de Kron

Considérons une équation de la forme :

$$Ax = b \quad (2.8)$$

Où  $A$  est une matrice à valeurs réelles ou complexes ( $n \times n$ ),  $x$  et  $b$  sont des vecteurs dans  $\mathbb{R}^n$  ou  $\mathbb{C}^n$ . supposons que le vecteur  $b$  a un élément nul dans la  $n^{\text{ième}}$  ligne de sorte que (2.8) soit donné comme :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

On peut alors éliminer la  $n^{\text{ème}}$  ligne et la  $n^{\text{ème}}$  colonne pour obtenir un nombre réduit  $(n - 1)$  d'équations de la forme :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{bmatrix}^{\text{NEW}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

L'élimination est effectuée à l'aide des opérations élémentaires suivantes :

$$Z_{ij}^{\text{NEW}} = Z_{ij} - \frac{Z_{in}Z_{nj}}{Z_{nn}}$$

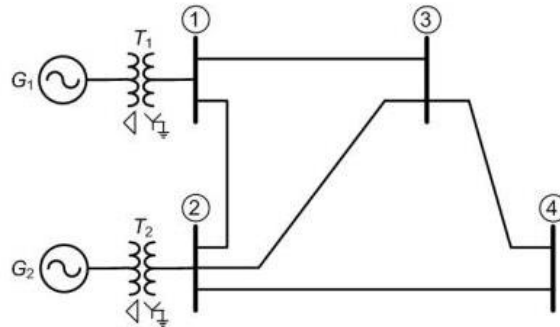
$$i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$n$  = la ligne et la colonne à éliminer

### Exemple 2.2

Considérons le même système de l'exemple 2.1. Nous aimerions éliminer les deux dernières lignes et colonnes. Supprimons d'abord la dernière ligne et la dernière colonne. Certaines des valeurs sont données ci-dessous :



$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -13 & 5 & 4 & 0 \\ 5 & -13.5 & 2.5 & 2 \\ 4 & 2.5 & -9 & 2.5 \\ 0 & 2 & 2.5 & -4.5 \end{bmatrix}$$

$$Y_{21}^{new} = Y_{21} - \frac{Y_{24}Y_{41}}{Y_{44}} = j5, \quad Y_{22}^{new} = Y_{22} - \frac{Y_{24}Y_{42}}{Y_{44}} = -j13.5 + j \frac{2 \times 2}{4.5} = -j12.6111$$

$$Y_{21}^{new} = Y_{21} - \frac{Y_{24}Y_{41}}{Y_{44}} = j5, \quad Y_{22}^{new} = Y_{22} - \frac{Y_{24}Y_{42}}{Y_{44}} = -j13.5 + j \frac{2 \times 2}{4.5} = -j12.6111$$

$$\text{De la } Y_{23}^{new} = Y_{23} - \frac{Y_{24}Y_{43}}{Y_{44}} = j2.5 + j \frac{2 \times 2.5}{4.5} = j3.6111, \quad Y_4^{new} = Y_{44} - \frac{Y_{44}^2}{Y_{44}} = 0$$

Même manière, nous pouvons calculer les autres éléments. En éliminant enfin la dernière ligne et la dernière colonne, comme tous ces éléments sont nuls, nous obtenons la nouvelle matrice  $Y_{bus}$  comme suit :

$$Y_{bus}^{new} = \begin{bmatrix} -j13 & j5 & j4 \\ j5 & -j12.6111 & j3.6111 \\ j4 & j3.6111 & -j7.6111 \end{bmatrix}$$

En réduisant encore la dernière ligne et la dernière colonne de la matrice ci-dessus, nous obtenons la matrice  $Y_{bus}$  réduite donnée dans l'exemple 2.1.

$$Y_{bus}^{new} = \begin{bmatrix} -j10.8978 & j6.8978 \\ j6.8978 & -j10.8978 \end{bmatrix}$$

### 2.3. Formation de la matrice d'impédance de bus

La méthode de représentation des réseaux électriques sous forme d'impédance pour l'analyse en conditions de défaut est plus pratique car la solution des équations de tension peut être obtenue directement et ne nécessite aucune itération. Avant de se lancer dans une description de l'algorithme pour la formulation de la matrice d'impédance, il serait prudent de décrire comment les tensions de nœud et les courants de nœud sont liés.

Un réseau passif linéaire général à n-bus est illustré à la figure 2.1. Supposons que la matrice d'impédance de bus (en exposant n signifie le nombre de bus) est connue pour le réseau. La forme générale de l'équation de performance du réseau sous forme d'impédance est comme suit :

$$V_{bus}^n = Z_{bus}^n I_{bus}^n \quad (2.12)$$

Où  $V_{bus}^n$  est un vecteur n x 1 de tensions de bus par rapport au nœud de référence et  $I_{bus}^n$  est un vecteur n x 1 de courants de bus injectés. Les équations de tension de nœud, pour décrire les performances du réseau sous une forme développée, peuvent être écrites comme :

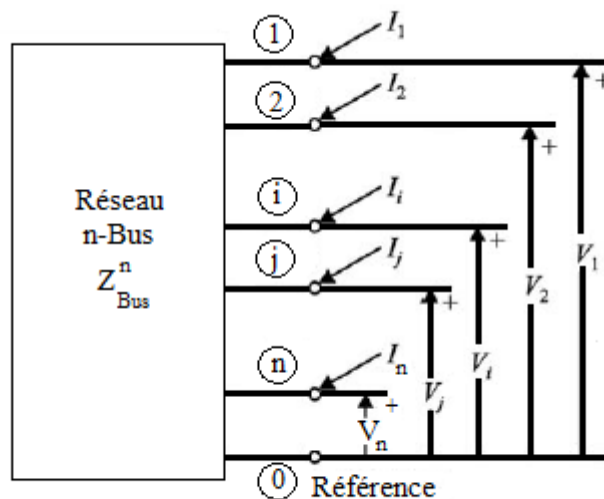


Figure 2.1 Réseau passif linéaire général n-bus avec la terre comme référence

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_j \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1j} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2j} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{j1} & Z_{j2} & \dots & Z_{jj} & \dots & Z_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nj} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_j \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Si un courant unitaire est injecté dans le  $j^{\text{ème}}$  bus, tous les autres courants de bus étant nuls et la tension en circuit ouvert sur chaque bus est mesurée, alors :

$$\begin{aligned}
Z_{j1} &= \frac{V_1}{I_j} \\
Z_{j2} &= \frac{V_2}{I_j} \\
&\vdots \\
Z_{jn} &= \frac{V_n}{I_j}
\end{aligned}
\tag{2.14}$$

Puisque toutes les impédances sont définies avec tous les nœuds en circuit ouvert sauf un ( $j^{\text{ème}}$  nœud), l'impédance  $Z_{jj}$  est appelée impédance de point d'attaque en circuit ouvert et  $Z_{ij}$  est appelée impédance de transfert en circuit ouvert pour  $i \neq j$ .

Puisque le réseau est composé d'impédances passives linéaires,  $Z_{ji} = Z_{ij}$ . Ainsi, d'après Equation (2.14), il est évident qu'en injectant un courant unitaire à chaque bus, à son tour, et en maintenant tous les autres ports de bus en circuit ouvert, il est possible de déterminer les éléments de la matrice d'impédance de bus.

Contrairement à la matrice d'admittance de bus, il n'est pas possible de construire la matrice d'impédance de bus par inspection. Le processus de construction de la matrice d'impédance de bus se déroule en ajoutant des impédances une par une jusqu'à ce que toutes les impédances aient été incluses.

A chaque ajout d'impédance, une nouvelle matrice est produite. L'ordre de la matrice peut augmenter ou non, selon que l'addition de l'impédance crée un nouveau bus ou non. Il est également possible de construire la matrice d'impédance de bus depuis le début.

Supposons que pour un réseau de système d'énergie partiel avec  $n$  bus, un nœud de référence 0 et la matrice d'impédance de bus,  $Z_{\text{bus}}^n$  est connu, et qu'il n'y a pas de couplage mutuel entre les composants du réseau. Lorsqu'un élément d'impédance  $Z_b$ , est ajouté au réseau partiel, quatre types de modifications sont possibles :

- Ajout d'un nouveau bus au bus de référence
- Ajout d'un nouveau bus à un bus existant via une impédance
- Ajout d'une impédance entre deux bus existants
- Ajout d'une impédance au bus de référence à partir d'un bus existant

### 2.3.1. Ajouter un nouveau bus au bus de référence

Une nouvelle branche d'impédance  $Z_b$  est ajoutée au réseau  $n$ -bus en la connectant à la référence, comme le montre la figure 2.2. Un nouveau bus ( $n + 1$ ) est créé et on souhaite obtenir la nouvelle matrice d'impédance de bus  $Z_{\text{bus}}^{n+1}$ . Si un courant injecté au bus ( $n + 1$ ) est  $I_{n+1} = 1$ , alors la tension au bus ( $n + 1$ ) est :

$$V_{n+1} = Z_{n+1, n+1} I_{n+1} = Z_b I_{n+1} \quad (2.15)$$

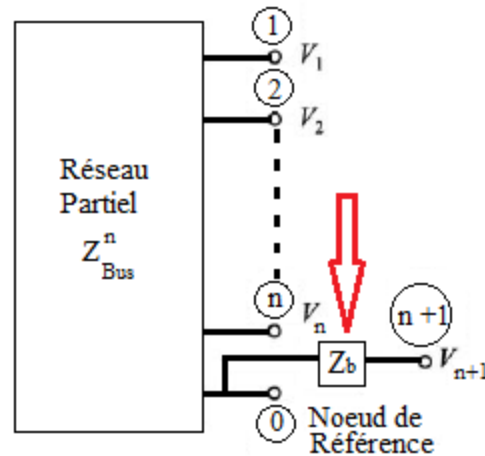


Figure 2.2 L'ajout de l'impédance  $Z_b$  au bus de référence

Comme il n'y a pas d'impédance mutuelle entre le nouveau bus et le réseau partiel précédent, il ne peut y avoir de tensions induites sur les autres bus en raison du courant injecté sur le bus (n + 1). Donc,

$$V_j = Z_{n+1, j} I_{n+1} = Z_{j, n+1} I_{n+1} = 0 \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

$$Z_{n+1, j} = Z_{j, n+1} = 0 \quad (2.17)$$

$$Z_{n+1, n+1} = Z_b \quad (2.18)$$

La nouvelle équation de matrice d'impédance de bus pour l'ajout d'une branche d'arbre sans couplage mutuel à la référence peut s'écrire comme suit :

$$V_{\text{bus}}^{n+1} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{Z_{11} \quad \dots \quad Z_{1n}}^{Z_{\text{orig}}} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ Z_{n1} \quad \dots \quad Z_{nn} & 0 \\ \hline 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 & Z_b \end{bmatrix} I_{\text{bus}}^{n+1} \quad (2.19)$$

$Z_{\text{New}}$

Ainsi, l'ajout d'une nouvelle branche ayant une impédance  $Z_b$  entre la référence et le nouveau bus (n + 1) augmente la matrice d'impédance de bus d'origine  $Z_{\text{bus}}^n$  d'une ligne et d'une colonne. Dans la matrice augmentée d'ordre (n + 1) x (n + 1), seul l'élément diagonal  $Z_{n+1, n+1} = Z_b$  et tous les éléments hors diagonale de la nouvelle ligne et colonne sont nuls.

### 2.3.2. Ajouter un nouveau bus à un bus existant via une impédance

Une nouvelle branche d'impédance  $Z_b$ , et sans couplage mutuel, est connectée à un bus existant  $p$  du réseau  $n$ -bus créant un nouveau bus  $(n + 1)$  ou  $q$  comme indiqué dans la figure 2.3, et on souhaite obtenir la nouvelle matrice d'impédance de bus  $Z^{n+1}_{\text{bus}}$ .

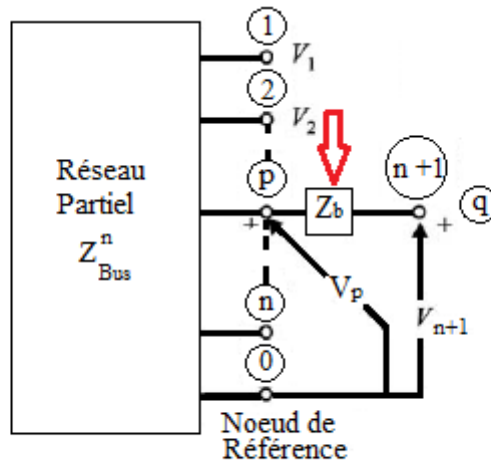


Figure 2.3 L'ajout de l'impédance  $Z_b$ , à un bus  $p$  existant et un nouveau bus  $(n + 1)$  ou  $q$

Supposons qu'un courant unitaire est injecté dans le bus  $(n + 1)$  ou  $q$  par rapport à la référence et que tous les autres bus sont en circuit ouvert. Alors la tension sur ce bus est :

$$V_{n+1, n+1} = Z_{n+1, n+1} I_{n+1} = (Z_{pp} + Z_b) I_{n+1} \quad (2.20)$$

Ainsi, l'impédance du point d'attaque au bus  $(n + 1)$  est l'impédance du point d'attaque au bus  $p$  plus la nouvelle impédance  $Z_b$ .

$$Z_{n+1, n+1} = Z_{pp} + Z_b \quad (2.21)$$

Comme le courant unitaire est également injecté dans le bus  $p$ , les tensions sur tous les bus, à l'exception du bus  $p$ , et donc les impédances de transfert sont les mêmes que celles du bus  $p$ .

$$Z_{k, n+1} = Z_{n+1, k} = Z_{kp} = Z_{pk} \quad k = 1, 2, \dots, p, \dots, n; \quad k \neq n+1 \quad (2.22)$$

Par conséquent, la relation entre les tensions de bus et les courants de bus pour le système  $(n + 1)$ -bus est donnée par :



$$V_{bus}^{n+1} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_n \\ \dots \\ V_{n+1} \end{bmatrix} = Z_{bus}^{n+1} I_{bus}^{n+1} \quad (2.23)$$

$$V_{bus}^{n+1} = \begin{bmatrix} \underbrace{Z_{11} \dots Z_{1p} \dots Z_{1n}}_{Z_{orig}} & Z_{1p} \\ Z_{21} & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{pp} & Z_{pn} & Z_{pp} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} \dots Z_{np} \dots Z_{nn} & Z_{pn} \\ \hline Z_{p1} & Z_{pp} & Z_{pn} & Z_{pp} + Z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_p \\ \vdots \\ I_n \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$Z_{New}$

L'équation (2.24) donne la matrice d'impédance augmentée avec un nouveau bus (n + 1) ajouté à un bus existant. On peut noter que les éléments de la (n + 1)<sup>ème</sup> ligne et colonne, dans la matrice d'impédance augmentée, sont une reproduction des éléments de ligne du bus p. D'autre part, l'élément diagonal  $Z_{n+1,n+1}$ , de la matrice augmentée est la somme de l'impédance du point d'attaque du bus p,  $Z_{pp}$ , et de l'impédance  $Z_b$  de la branche connectée entre le bus existant p et le nouveau bus (n + 1) ou q.

### 2.3.3. Ajouter une impédance entre deux bus existants

Un lien co-arbore avec l'impédance  $Z_b$  et sans couplage mutuel est connectée au réseau n-bus entre deux bus existants p et q du réseau partiel comme le montre la figure 2.4. Avec l'introduction de l'élément  $Z_b$ , aucun nouveau bus n'est formé et en raison de la boucle formée par la liaison, les impédances de point d'attaque aux bus p et q deviennent des chemins de courant parallèles. À partir de la figure 2.4, on observe que le courant  $I_b$  traversant l'impédance  $Z_b$  est donné par :

$$I_b = \frac{V_p - V_q}{Z_b} = Y_b (V_p - V_q) \quad (2.25)$$

On peut également observer que les injections de courant dans le réseau partiel se modifient, qui à leur tour modifient les tensions du bus.



$$(Z_{p2} - Z_{q1})I_1 + (Z_{p2} - Z_{q2})I_2 + \dots + (Z_{pn} - Z_{qn})I_n - (Z_b + Z_{pp} - 2Z_{pq} + Z_{qq})I_b = 0 \quad (2.29)$$

Les équations (2.27) et (2.29) peuvent être combinées pour écrire les relations tension-courant avec la matrice augmentée (n + 1).

$$\begin{bmatrix} V_{bus}^n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} Z_{bus}^n & (Z_{1p} - Z_{1q}) \\ & \vdots \\ & (Z_{np} - Z_{nq}) \end{matrix}} & \\ \underbrace{\begin{matrix} (Z_{p1} - Z_{q1}) & \dots & (Z_{pn} - Z_{qn}) & (Z_b + Z_{pp} - 2Z_{pq} + Z_{qq}) \end{matrix}}_{Z_{New}} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{bus}^n \\ I_b \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

En utilisant la méthode de réduction de réseau discutée dans la section 2.2.2,  $I_b$  peut être éliminé de l'équation (2.30). Donc :

$$I_b = \frac{[(Z_{p1} - Z_{q1})I_1 + (Z_{p2} - Z_{q2})I_2 + \dots + (Z_{pn} - Z_{qn})I_n]}{-(Z_b + Z_{pp} - 2Z_{pq} + Z_{qq})} \quad (2.31)$$

Avec l'élimination de  $I_b$ , de l'équation. (2.31), les éléments modifié de la matrice  $Z_{bus}^{n+1}$  peut être écrite comme :

$$Z_{bus}^{n+1} = Z_{bus}^n - \begin{bmatrix} Z_{1p}^n - Z_{1q}^n \\ Z_{2p}^n - Z_{2q}^n \\ \vdots \\ Z_{np}^n - Z_{nq}^n \end{bmatrix} \times \left[ \frac{1}{(Z_b + Z_{pp}^n - 2Z_{pq}^n + Z_{qq}^n)} \right] \times [(Z_{p1}^n - Z_{q1}^n)(Z_{p2}^n - Z_{q2}^n) \dots (Z_{pn}^n - Z_{qn}^n)] \quad (2.32)$$

Employer l'équation. (2.32), dans un algorithme pour ajouter l'impédance  $Z_b$  aux bus existants p et q peut être écrit comme :

$$Z_{bus}^{n+1} = Z_{bus}^n - YZ^t \quad (2.33)$$

Avec :

$$Y = -\frac{1}{(Z_b + Z_{pp}^n - 2Z_{pq}^n + Z_{qq}^n)} \quad (2.34a)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{1p}^n - Z_{1q}^n \\ Z_{2p}^n - Z_{2q}^n \\ \vdots \\ Z_{np}^n - Z_{nq}^n \end{bmatrix} \quad (2.34b)$$

Il peut être observé à partir de l'équation (2.34b) que  $\mathbf{Z}$  est un vecteur colonne constitué de la différence entre les éléments de colonne  $p$  et  $q$  dans la matrice  $\mathbf{Z}_{\text{bus}}^n$ . D'après ce qui précède, il est clair que lorsqu'une impédance est ajoutée entre deux bus existants, l'ordre d'origine du  $\mathbf{Z}_{\text{bus}}^n$  reste inchangé; cependant, chaque point d'attaque et chaque impédance de transfert dans la matrice  $\mathbf{Z}_{\text{bus}}^n$  peuvent changer.

De l'équation (2.33) on note également que le produit  $\mathbf{Z}\mathbf{Z}^t$  est une matrice carrée de l'ordre de  $(n \times n)$ . Cependant, si la symétrie dans  $\mathbf{Z}_{\text{bus}}^n$  est exploitée, alors seule la partie triangulaire supérieure ou inférieure de  $\mathbf{Z}_{\text{bus}}^n$  peut être calculée.

Comme on peut le constater, l'algorithme décrit précédemment assemble la matrice d'impédance de bus élément par élément. Le même algorithme peut être utilisé pour modifier la matrice d'impédance de bus afin de refléter les changements dans un réseau. La procédure est similaire à l'ajout d'un élément, sauf que l'impédance négative doit être utilisée pour l'élément à retirer du réseau.

#### 2.3.4. Ajouter une impédance au bus de référence à partir d'un bus existant

Une nouvelle branche avec l'impédance  $Z_b$  et sans couplage mutuel est connectée au réseau  $n$ -bus entre un bus  $p$  existant et le bus de référence du réseau partiel comme présenté sur la Figure 2.5.

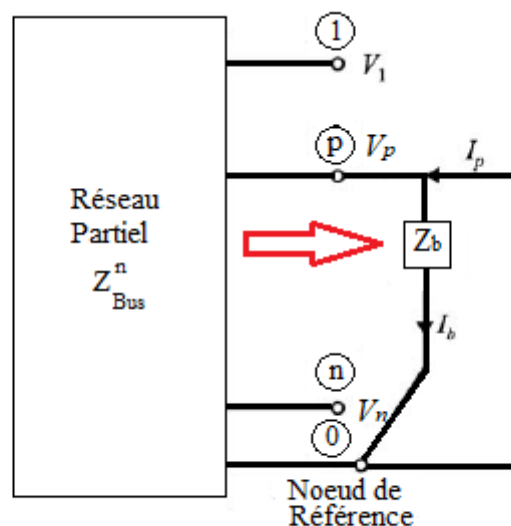


Figure 2.5 L'ajout de l'impédance  $Z_b$  entre le bus existant  $p$  et la référence

Dans la modification précédente où l'impédance  $Z_b$  est ajoutée entre deux bus de réseau existants  $p$  et  $q$ , si le bus  $q$  devient le bus de référence, alors cela devient la modification suivante :

$$Z_{qq}^n = 0 \text{ et } Z_{jq}^n = Z_{qj}^n = 0, \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.35)$$

Par conséquent, l'équation (2.30) est modifiée comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_{bus}^n \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} & & & & \\ & Z_{bus}^n & & & \\ & & & & \\ -Z_{p1} & \dots & \dots & \dots & -Z_{pn} \end{bmatrix}}^{Z_{orig}} & \begin{bmatrix} -Z_{1p} \\ \vdots \\ -Z_{np} \end{bmatrix} \\ \hline \underbrace{\begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ -Z_{p1} & \dots & \dots & \dots & -Z_{pn} \end{bmatrix}}_{Z_{New}} & \begin{bmatrix} (Z_b + Z_{pp}) \\ \hline I_b \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{bus}^n \\ \hline I_b \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

En éliminant  $I_b$  de l'équation (2.36), les éléments de  $Z_{bus}^n$  peuvent s'écrire comme suit :

$$Z_{bus}^{n+1} = Z_{bus}^n - \begin{bmatrix} -Z_{1p}^n \\ -Z_{2p}^n \\ \vdots \\ -Z_{np}^n \end{bmatrix} \left[ \frac{1}{(Z_b + Z_{pp}^n)} \right] [-Z_{p1}^n \ -Z_{p2}^n \ \dots \ -Z_{pn}^n] \quad (2.37)$$

De l'équation (2.37), l'algorithme appliqué peut être écrit comme suit :

$$Z_{bus}^{n+1} = Z_{bus}^n - Z y_1 Z^t \quad (2.38)$$

Avec :

$$y_1 = \frac{1}{(Z_b + Z_{pp}^n)} \quad (2.39a)$$

$$Z = \begin{bmatrix} -Z_{1p}^n \\ -Z_{2p}^n \\ \vdots \\ -Z_{np}^n \end{bmatrix} \quad (2.39b)$$

On observe à partir de l'équation. (2.39) que puisque  $Z_{qq}^n = 0$  et  $Z_{pq}^n = Z_{qp}^n = 0$ ,  $y_1$ , est réciproque de la somme de l'impédance du point d'attaque  $Z_{pp}$  et de la nouvelle impédance  $Z_b$  et  $Z$  est un vecteur colonne des éléments de colonne p de la matrice original  $Z_{bus}^n$ .

Similaire au cas de l'ajout d'un nouvel élément entre deux bus existants, le produit de  $ZZ^t$  est symétrique et seule la partie triangulaire supérieure ou inférieure de  $Z_{bus}^n$  peut être calculée.

### 2.3.5. Résumé de la procédure de construction de la matrice d'impédance $[Z_{bus}]$

#### Étape 1:

Dessinez le graphique du réseau et sélectionnez un arbre du graphique. Identifier les branches et les liens du graphique. L'arbre d'un graphe avec des branches et des liens est illustré à la Figure 2.6.

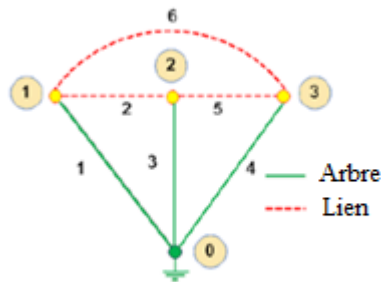


Figure 2.6 Arborecence d'un graphique

#### Étape 2:

Sélectionnez une branche connectée au nœud de référence pour lancer le processus de construction de la matrice  $[Z_{Bus}]$ . D'après la figure 2.6, il est évident que la première branche sélectionnée pourrait être 1 ou 3 ou 4 car ce sont les seules branches connectées au nœud de référence. Soit la branche 1 choisie comme branche de départ et  $z_{p0}$  l'impédance de la branche alors :

$$\bar{Z}_{Bus}^{(n)} = {}^{(1)} \left[ \bar{z}_{p0} \right]$$

#### Étape 3:

Prenez un autre élément du graphique. Il doit être connecté à un nœud existant ou au nœud de référence. Ne sélectionnez jamais un élément connecté à deux nouveaux nœuds car il sera isolé du réseau partiel existant et cela entraînera l'infini des éléments de la matrice  $[Z_{Bus}]$ .

Par exemple, en référence à la figure 2.6, à l'étape suivante du processus de construction de la matrice  $[Z_{Bus}]$ , si l'**élément 5** est ensuite ajouté au réseau partiel comme le montre la figure 2.7, le réseau résultant est disjoint. C'est un mauvais choix. Le bon choix pourrait être l'un ; des éléments 2, 3, 4 et 6.

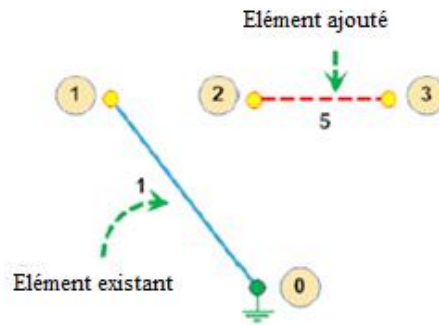


Figure 2.7 Sélection d'un mauvais élément dans le processus étape par étape

Si la matrice d'impédance de bus d'un réseau partiel à  $n$ -nœuds,  $[Z_{Bus}^n]$ , est connue, alors selon que le  $(n + 1)^{ème}$  élément ajouté est une branche ou un lien, les étapes suivantes sont à suivre pour obtenir la nouvelle matrice  $[Z_{Bus}]$  :

(a) Si l'élément ajouté est une branche entre un nouveau nœud 'q' et le nœud de référence avec une impédance  $Z_b$ , alors la taille de la nouvelle matrice  $[Z_{Bus}]$  augmentera de un et la nouvelle matrice sera donnée comme suit:

$$Z_{Bus} = \begin{array}{c} \begin{matrix} & & & & (q) \\ \begin{bmatrix} Z_{11} & & & Z_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ Z_{n1} & & & Z_{nm} \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ Z_b \end{matrix} \end{matrix} \end{array}$$

(b) Si l'élément ajouté est une branche entre un nœud existant 'p' et un nouveau nœud 'q' avec une impédance  $Z_b$ , alors une nouvelle ligne et colonne correspondant au nouveau nœud 'q' est ajoutée à l'existant  $[Z_{Bus}^n]$  matrice. La nouvelle matrice est calculée comme suit:

$$Z_{Bus} = \begin{array}{c} \begin{matrix} & & & & & (q) \\ \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1p} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ Z_{p1} & & Z_{pp} & & Z_{pn} \\ \vdots & & & & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{np} & \dots & Z_{nn} \\ \hline Z_{p1} & & Z_{pp} & & Z_{pn} \\ \hline & & & & Z_{pp} + Z_b \end{bmatrix} & \begin{matrix} | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{matrix} & \begin{matrix} Z_{1q} \\ \vdots \\ \vdots \\ Z_{pq} \\ \vdots \\ Z_{nq} \\ Z_{pp} + Z_b \end{matrix} \end{matrix} \end{array}$$

c) Si l'élément ajouté est un lien entre un nœud 'p' existant et le nœud de référence avec une impédance  $Z_b$ , aucun nouveau nœud n'est ajouté au réseau. Une procédure en deux étapes doit être suivie pour trouver la nouvelle matrice d'impédance de bus.

Dans la première étape, une colonne et une ligne seront temporairement ajoutées à la matrice  $[Z_{Bus}^n]$  existante comme suit :

$$Z_{\text{Bus}}^{(\text{temp})} = \left[ \begin{array}{c|c} Z_{\text{bus}}^n & \begin{matrix} -Z_{lp} \\ \vdots \\ -Z_{np} \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} -Z_{pl} & \cdots & \cdots & \cdots & -Z_{pn} \end{matrix} & (Z_b + Z_{pp}) \end{array} \right]$$

La ligne et la colonne supplémentaires doivent être supprimées pour que la matrice  $[Z_{\text{Bus}}]$  ait une taille de  $(n \times n)$ . Le processus d'élimination est effectué en utilisant Kron ou par partitionnement matriciel.

(d) Si l'élément ajouté est un lien entre deux nœuds existants 'p' et 'q' avec une impédance  $Z_{pq}$ , alors à nouveau, la procédure en deux étapes décrite dans (étape c) doit être suivie. La matrice d'impédance temporaire  $Z_{\text{Bus}}^{(\text{temp})}$  est calculée comme suit :

$$\bar{Z}_{\text{Bus}}^{(\text{temp})} = \left[ \begin{array}{c|c} Z_{\text{bus}}^n & \begin{matrix} (Z_{lp} - Z_{lq}) \\ \vdots \\ (Z_{np} - Z_{nq}) \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} (Z_{pl} - Z_{ql}) & \cdots & (Z_{pn} - Z_{qn}) \end{matrix} & (Z_b + Z_{pp} - 2Z_{pq} + Z_{qq}) \end{array} \right]$$

Éliminez ensuite la ligne et la colonne ajoutées 'l' à l'aide de Kron ou par partitionnement matriciel.

**Étape 4:** Répétez l'étape 3 jusqu'à ce que tous les éléments soient pris en compte.

**NB :** Si on veut supprimer une ligne de la matrice  $Z_{\text{bus}}$  il suffit d'ajouter une branche avec un signe négatif (-) et suivre le même algorithme de la construction des matrices d'impédances.

#### 2.4. Impédance de Thevenin et matrice $Z_{\text{bus}}$

Pour établir des relations entre les éléments de la matrice  $Z_{\text{bus}}$  et l'équivalent de Thevenin, considérons l'exemple suivant :

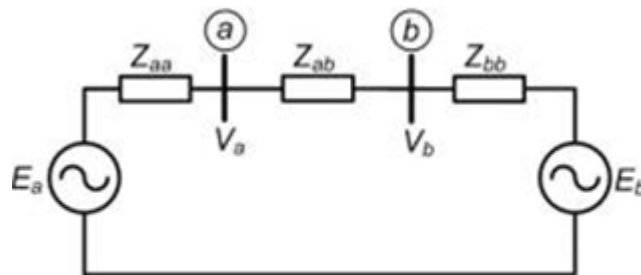


Figure 2.8 Système d'alimentation à deux bus



$$Y_{\delta us} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{aa}} + \frac{1}{Z_{ab}} & -\frac{1}{Z_{ab}} \\ -\frac{1}{Z_{ab}} & \frac{1}{Z_{ab}} + \frac{1}{Z_{bb}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{aa} + Z_{ab}}{Z_{aa}Z_{ab}} & -\frac{1}{Z_{ab}} \\ -\frac{1}{Z_{ab}} & \frac{Z_{ab} + Z_{bb}}{Z_{ab}Z_{bb}} \end{bmatrix}$$

Le déterminant de la matrice ci-dessus est

$$|Y_{\delta us}| = \frac{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}}{Z_{aa}Z_{ab}Z_{bb}}$$

Par conséquent, la matrice  $Z_{bus}$  est

$$Z_{\delta us} = Y_{\delta us}^{-1} = \frac{1}{|Y_{\delta us}|} \begin{bmatrix} \frac{Z_{ab} + Z_{bb}}{Z_{ab}Z_{bb}} & \frac{1}{Z_{ab}} \\ \frac{1}{Z_{ab}} & \frac{Z_{aa} + Z_{ab}}{Z_{aa}Z_{ab}} \end{bmatrix}$$

Résoudre les deux dernières équations que nous obtenons :

$$Z_{\delta us} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{aa}(Z_{ab} + Z_{bb})}{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}} & \frac{Z_{aa}Z_{bb}}{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}} \\ \frac{Z_{aa}Z_{bb}}{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}} & \frac{Z_{bb}(Z_{aa} + Z_{ab})}{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Considérons maintenant le système de la figure 2.8. L'impédance Thevenin de regarder dans le système au bus-a est la combinaison parallèle de  $Z_{aa}$  et  $Z_{ab} + Z_{bb}$ , c'est-à-dire,

$$Z_{tk,a} = \frac{Z_{aa}(Z_{ab} + Z_{bb})}{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}} = Z_{11} \quad (2.41)$$

De même, l'impédance Thevenin obtenue en regardant dans le système au bus- b est la combinaison parallèle de  $Z_{bb}$  et  $Z_{aa} + Z_{ab}$ , c.-à-d :

$$Z_{tk,b} = \frac{Z_{bb}(Z_{aa} + Z_{ab})}{Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{bb}} = Z_{22} \quad (2.42)$$

Par conséquent, les impédances de point d'attaque des deux bus sont leurs impédances Thevenin.

Considérons maintenant l'impédance de Thevenin en regardant le système entre les bus a et b. D'après la figure 3.15, il est évident que cette impédance de Thevenin est la combinaison parallèle de  $Z_{ab}$  et  $Z_{aa} + Z_{bb}$ , c'est-à-dire :

$$Z_{tk,a\delta} = \frac{Z_{a\delta}(Z_{aa} + Z_{\delta\delta})}{Z_{aa} + Z_{a\delta} + Z_{\delta\delta}} \quad (2.43)$$

Avec les valeurs données en (3.40) on peut écrire :

$$\begin{aligned} Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{12} &= \frac{Z_{aa}(Z_{a\delta} + Z_{\delta\delta})}{Z_{aa} + Z_{a\delta} + Z_{\delta\delta}} + \frac{Z_{\delta\delta}(Z_{aa} + Z_{a\delta})}{Z_{aa} + Z_{a\delta} + Z_{\delta\delta}} - 2 \frac{Z_{aa}Z_{\delta\delta}}{Z_{aa} + Z_{a\delta} + Z_{\delta\delta}} \\ &= \frac{1}{Z_{aa} + Z_{a\delta} + Z_{\delta\delta}} [Z_{aa}Z_{a\delta} + Z_{a\delta}Z_{\delta\delta}] \end{aligned} \quad (2.44)$$

En comparant les deux dernières équations que nous pouvons écrire :

$$Z_{tk,a\delta} = Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{12} \quad (2.45)$$

Comme nous l'avons vu dans l'exemple ci-dessus dans la relation  $V = Z_{\text{bus}} I$ , les tensions de nœud ou de bus  $V_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  sont les tensions de circuit ouvert. Supposons que les courants injectés dans les bus  $1, \dots, k-1$  et  $k+1, \dots, n$  soient nuls lors d'un court-circuit sur le bus  $k$ . Alors l'impédance de Thevenin sur le bus  $k$  est :

$$Z_{tk,k} = \frac{V_k}{I_k} = Z_{kk} \quad (2.46)$$

À partir de (2.43), (2.44) et (2.46), nous pouvons supposer que l'impédance du point d'attaque à chaque bus est l'impédance de Thevenin.

Trouvons maintenant l'impédance de Thevenin entre deux bus  $j$  et  $k$  d'un système d'alimentation. Soit les tensions en circuit ouvert définies par le vecteur de tension  $V^\circ$  et les courants correspondants définis par  $I^\circ$  tels que :

$$V^\circ = Z_{\delta_{\text{bus}}} I^\circ \quad (2.47)$$

Supposons maintenant que les courants soient modifiés de  $\Delta I$  de sorte que les tensions soient modifiées de  $\Delta V$ . Ensuite :

$$V = V^\circ + \Delta V = Z_{\delta_{\text{bus}}}(I^\circ + \Delta I) \quad (2.48)$$

En comparant (2.74) et (2.48), nous pouvons écrire :

$$\Delta V = Z_{\delta_{\text{bus}}} \Delta I \quad (2.49)$$

Supposons maintenant que des courants supplémentaires  $\Delta I_k$  et  $\Delta I_k$  soient respectivement injectés sur les bus k et j tandis que les courants injectés sur les autres bus restent les mêmes. Puis à partir de (2.49) nous pouvons écrire :

$$\Delta V = Z_{bus} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \Delta I_j \\ \Delta I_k \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1j}\Delta I_j + Z_{1k}\Delta I_k \\ \vdots \\ Z_{jj}\Delta I_j + Z_{jk}\Delta I_k \\ Z_{kj}\Delta I_j + Z_{kk}\Delta I_k \\ \vdots \\ Z_{nj}\Delta I_j + Z_{nk}\Delta I_k \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

On peut donc écrire les deux équations suivantes sous la forme (2.50) :

$$V_j = V_j^o + \Delta V_j = V_j^o + Z_{jj}\Delta I_j + Z_{jk}\Delta I_k$$

$$V_k = V_k^o + \Delta V_k = V_k^o + Z_{kj}\Delta I_j + Z_{kk}\Delta I_k$$

Les deux équations ci-dessus peuvent être réécrites comme :

$$V_j = V_j^o + (Z_{jj} - Z_{jk})\Delta I_j + Z_{jk}(\Delta I_j + \Delta I_k) \quad (2.51)$$

$$V_k = V_k^o + Z_{kj}(\Delta I_j + \Delta I_k) + (Z_{kk} - Z_{kj})\Delta I_k \quad (2.52)$$

Puisque  $Z_{jk} = Z_{kj}$ , le réseau peut être dessiné comme le montre la figure 2.9. En examinant, nous pouvons voir que la tension en circuit ouvert entre les bus k et j est :

$$V_{oc,jk} = V_k^o - V_j^o \quad (2.53)$$

et le courant de court-circuit à travers ces deux bus est :

$$I_{sc,jk} = \Delta I_j = -\Delta I_k \quad (2.54)$$

Aussi pendant le court-circuit  $V_k - V_j = 0$ . Par conséquent, en combinant (2.51) et (2.52) nous obtenons :

$$V_k - V_j = (V_k^o - V_j^o) + (2Z_{kj} - Z_{jj} - Z_{kk})I_{sc,jk} = 0 \quad (2.55)$$

En combinant (2.53) à (2.55), nous trouvons l'impédance de Thevenin entre les bus k et j comme :

$$Z_{th,kj} = \frac{V_{oc,kj}}{I_{sc,kj}} = Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{kj} \quad (2.56)$$

L'équation ci-dessus est en accord avec notre précédente dérivation du réseau à deux bus donnée dans (2.45) :

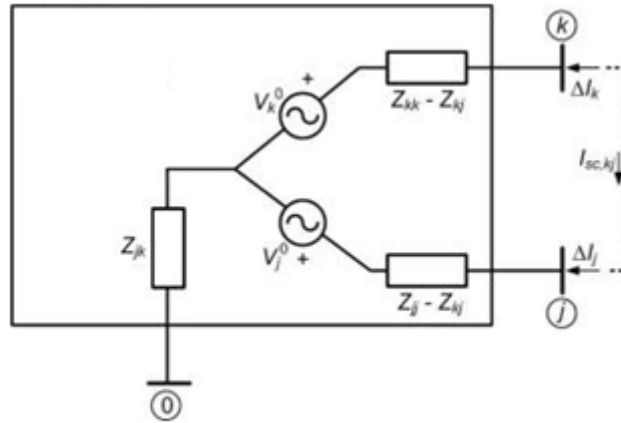
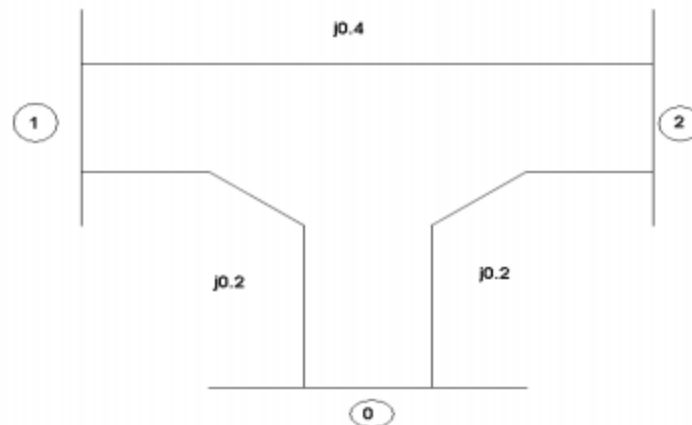


Figure 2.9 Equivalent de Thevenin entre les bus k et j

#### Exemple 2.4

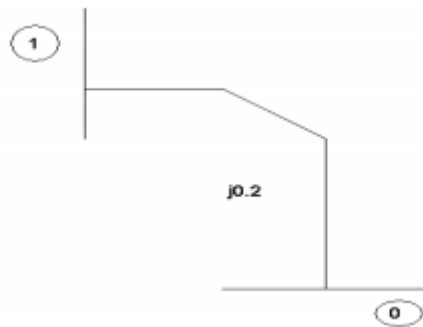
Formez la matrice d'impédance du réseau électrique représenté sur la figure ci-dessous en utilisant la méthode d'addition de branche (Algorithme de construction de la matrice  $Z_{bus}$ ).



Solution :

**Etape-1 :** Ajouter une branche entre la référence et un nouveau bus,  $p = 0$  à  $q = 1$ .

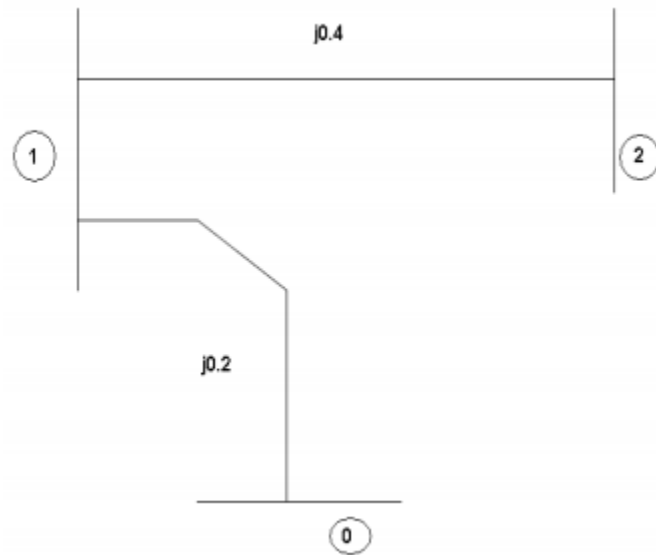
$$Z_{\text{Bus}} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc|c} Z_{11} & & Z_{1n} & \mathbf{0} \\ \vdots & & \vdots & \mathbf{0} \\ & & & \vdots \\ Z_{n1} & & Z_{nm} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{array} \\ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \mathbf{(q)} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathbf{(q)} \\ \\ \\ \\ \mathbf{Z_b} \end{array}$$



$$Z_{\text{bus}} = j[0.2]$$

**Étape 2 :** Ajoutez une branche entre un bus existant et un nouveau bus,  $p = 1$  à  $q = 2$ .

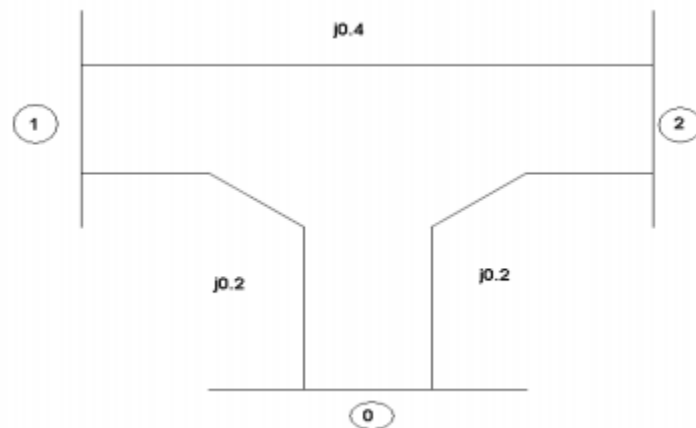
$$Z_{\text{Bus}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc|c} Z_{11} & \dots & Z_{1p} & \dots & Z_{1n} & Z_{1p} \\ Z_{21} & & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & & Z_{pp} & & Z_{pn} & Z_{pp} \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{np} & \dots & Z_{nm} & Z_{np} \\ \hline \mathbf{(q)} & & Z_{pp} & & Z_{pn} & Z_{pp} + Z_b \end{array} \\ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \mathbf{(q)} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathbf{(q)} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \mathbf{Z_b} \end{array}$$



$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$$

**Étape 3 :** Ajoutez un 'élément entre un bus existant et la référence,  $p = 2$  à  $q = 0$ .

$$Z_{Bus}^{(temp)} = \left[ \begin{array}{cccc|c} & & & & -Z_{1p} \\ & & & & \vdots \\ & & & & -Z_{np} \\ \hline -Z_{p1} & \cdots & \cdots & \cdots & -Z_{pn} \\ & & & & (Z_b + Z_{pp}) \end{array} \right]$$



$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & -0.2 \\ 0.2 & 0.6 & -0.6 \\ -0.2 & -0.6 & 0.8 \end{bmatrix}$$

**Étape 4 :** Éliminant le quatrième nœud (quatrième ligne et colonne  $l$ ) en utilisant la méthode de partitionnement matriciel ou Kron :

a) Méthode de partitionnement matriciel

$$Z_{redec}^{New} = K - LM^{-1}L^T$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.6 \end{bmatrix}; \quad L^T = [-0.2 \quad -0.6]; \quad M = 0.8;$$

$$Z_{Bus} = j \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.15 \end{bmatrix}$$

b) Méthode Kron :

$$Z_{ij}^{NEW} = Z_{ij} - \frac{Z_{in}Z_{nj}}{Z_{nn}}$$

$n = 3$  : la ligne et la colonne à éliminer

$$Z_{11}^{NEW} = Z_{11} - \frac{Z_{13}Z_{31}}{Z_{33}} = 0.15i; \quad Z_{12}^{NEW} = Z_{12} - \frac{Z_{13}Z_{32}}{Z_{33}} = 0.05i$$

$$Z_{21}^{NEW} = Z_{21} - \frac{Z_{23}Z_{31}}{Z_{33}} = 0.05i; \quad Z_{22}^{NEW} = Z_{22} - \frac{Z_{23}Z_{32}}{Z_{33}} = 0.15i$$

$$Z_{Bus} = j \begin{bmatrix} 0.15 & 0.05 \\ 0.05 & 0.15 \end{bmatrix}$$

$$Y_{Bus} = j \begin{bmatrix} -7.5 & 2.50 \\ 2.5 & -7.5 \end{bmatrix}$$

## Chapitre III Etudes de l'écoulement de charge

### 3.1. Introduction

L'étude de l'écoulement de charge (puissance) était à l'origine motivée dans les environnements de planification où les ingénieurs considéraient différentes configurations de réseau nécessaires pour servir une charge future attendue. Plus tard, cela est devenu un problème opérationnel car les opérateurs et les ingénieurs d'exploitation ont dû surveiller l'état en temps réel du réseau en termes de magnitudes de tension et l'écoulement dans les circuits. Aujourd'hui, le problème de l'écoulement de puissance est largement reconnu comme un problème fondamental pour l'analyse du système électrique, et il existe de nombreux programmes avancés et commerciaux de l'écoulement de puissance pour y remédier. La plupart de ces programmes sont capables de résoudre le programme de l'écoulement de puissance pour des dizaines de milliers de bus interconnectés. Les ingénieurs qui comprennent le problème de flux de puissance, sa formulation et les procédures de solution correspondantes sont très demandés, en particulier s'ils ont également une expérience dans les programmes de l'écoulement de puissance de qualité commerciale.

Il existe deux méthodes numériques populaires pour résoudre les équations de flux de puissance. Il s'agit des méthodes Gauss-Seidel (G-S) et Newton-Raphson (N-R) (Grainger et Stevenson, 1994; Elgerd, 1982; Glover et Sharma, 1994). La méthode N-R est supérieure à la méthode G-S car elle présente une caractéristique de convergence plus rapide. Cependant, La méthode N-R souffre de l'inconvénient qu'un «départ plat» n'est pas toujours possible car la solution au début peut osciller sans converger vers la solution. Afin d'éviter ce problème, la solution de flux de charge est souvent démarrée avec un algorithme G-S suivi par l'algorithme N-R après quelques itérations. Il existe également une méthode approximative mais plus rapide pour la solution de l'écoulement de charge. Il s'agit d'une variante de la méthode N-R, appelée méthode découplage rapide, qui a été introduite par Stott et Alsac (1974).

Il est bien connu que les générateurs ont des capacités de puissance réelle maximale et minimale. De plus, ils ont également des capacités de puissance réactive maximale et minimale. La capacité de puissance réactive maximale correspond à la puissance réactive maximale que le générateur peut produire lorsqu'il fonctionne avec un facteur de puissance en retard. La capacité de puissance réactive minimale correspond à la puissance réactive maximale que le générateur peut absorber lorsqu'il fonctionne avec un facteur de puissance en avance. Ces limitations sont fonction de la puissance de sortie réelle du générateur, c'est-à-dire que lorsque la puissance réelle augmente, les limitations de puissance réactive se rapprochent de zéro. La courbe continue de la figure 3.1 est une courbe de capacité de générateur typique, qui montre les limitations réactives en retard et en avance (l'ordonnée) lorsque la puissance réelle varie (l'abscisse). La plupart des programmes de flux de puissance modélisent les capacités réactives du générateur en supposant une valeur quelque peu conservatrice pour  $P_{\max}$  (peut-être 95 % de la valeur réelle), puis en fixant les limites réactives  $Q_{\max}$  (pour la limite de retard) et  $Q_{\min}$  (pour la limite d'avance).



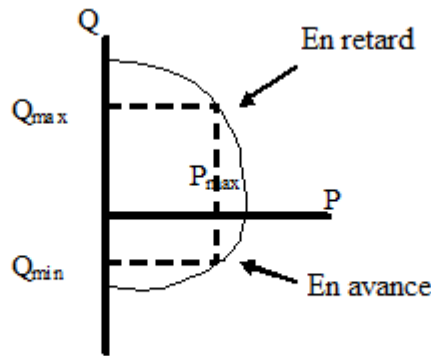


Figure 3.1 Courbe de capacité des générateurs et les limites réactives approximatives

### 3.2. Calcul de l'admittance de bus ( $Y_{bus}$ )

Soit le système de transmission illustré dans la figure 3.2 :

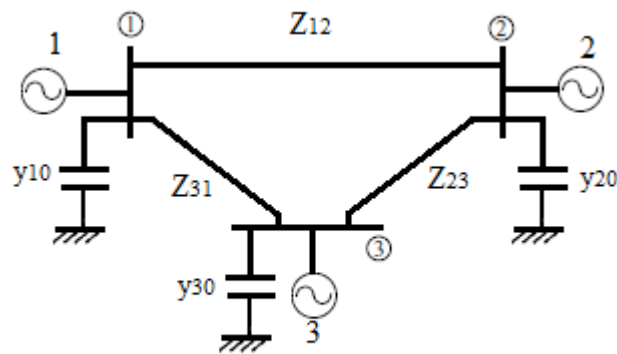


Figure 3.2 Système de transmission à trois bus

Les impédances de ligne joignant les bus 1, 2 et 3 sont désignées respectivement par  $Z_{12}$ ,  $Z_{23}$  et  $Z_{31}$ .

Les admittances de ligne correspondantes sont  $Y_{12}$ ,  $Y_{23}$  et  $Y_{31}$

Les susceptances capacitives totales aux bus sont représentées par  $Y_{10}$ ,  $Y_{20}$  et  $Y_{30}$

Appliquer la loi de Kirchoff (KCL) à chaque bus :

$$\begin{cases} I_1 = V_1 y_{10} + (V_1 - V_2) y_{12} + (V_1 - V_3) y_{13} \\ I_2 = V_2 y_{20} + (V_2 - V_1) y_{21} + (V_2 - V_3) y_{23} \\ I_3 = V_3 y_{30} + (V_3 - V_1) y_{31} + (V_3 - V_2) y_{32} \end{cases} \quad (3.1)$$

On à la le produit suivant:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} + y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{20} + y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{13} + y_{23} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Les admittances propres formant les termes diagonaux sont :

$$\begin{cases} Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13} \\ Y_{22} = y_{20} + y_{21} + y_{23} \\ Y_{33} = y_{30} + y_{31} + y_{32} \end{cases} \quad (3.3)$$

Les admittances mutuelles formant les éléments hors diagonale de la matrice d'admittance de bus sont :

$$\begin{cases} Y_{12} = Y_{21} = -y_{12} \\ Y_{13} = Y_{31} = -y_{13} \\ Y_{23} = Y_{32} = -y_{23} \end{cases} \quad (3.4)$$

Pour un système n-bus, les éléments de la matrice d'admittance du bus peuvent être écrits simplement par inspection du réseau sous forme de termes diagonaux :

$$Y_{ii} = y_{i0} + \sum_{p=1}^m y_{ip} \quad (3.5)$$

Les termes non diagonaux :

$$Y_{ip} = -y_{ip} \quad (3.6)$$

Si les éléments du réseau ont une admittance mutuelle (impédance), les formules ci-dessus ne s'appliqueront pas. Pour une formation systématique du bus, la théorie des graphes linéaires avec des transformations singulières peut être utilisée.

### 3.3. Développement des équations de l'écoulement de puissance

Un exemple à deux bus, représenté sur la figure 3.3, est utilisé pour simplifier le développement des équations de l'écoulement de puissance. Le système se compose de deux bus connectés par une ligne de transmission. On peut observer qu'il y a six grandeurs électriques associées à chaque bus:  $P_D$ ,  $P_G$ ,  $Q_G$ ,  $Q_D$ ,  $|V|$  et  $\delta$ . C'est le cas le plus général, dans lequel chaque bus présente à la fois une production et une demande. En réalité, tous les bus n'auront pas un groupe de production.

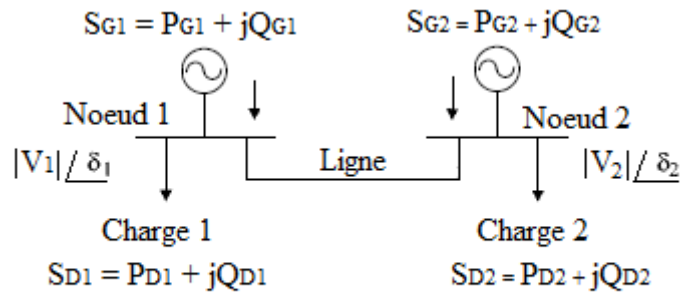


Figure 3.3. Schéma unifilaire à deux bus

Le diagramme d'impédance du système à deux bus est illustré à la figure 3.4. La ligne de transmission est représentée par un modèle en  $\pi$  et le générateur synchrone est représenté par une source en série avec une réactance synchrone. Les charges sont supposées être à impédance constante afin de les représenter sur le diagramme d'impédance. Typiquement, la charge est représentée par un dispositif à puissance constante, comme le montrent les figures suivantes. La figure 3.4 est la même que la figure 3.4 mais avec la production et la demande regroupées pour représenter la «puissance de bus», qui représente les injections de puissance de bus. La puissance du bus est définie comme :

$$S_1 = S_{G1} - S_{D1} = (P_{G1} - P_{D1}) + j(Q_{G1} - Q_{D1}) \quad (3.7)$$

Et

$$S_2 = S_{G2} - S_{D2} = (P_{G2} - P_{D2}) + j(Q_{G2} - Q_{D2}) \quad (3.8)$$

De plus, le courant injecté sur le bus 1 est :

$$I_1 = I_{G1} - I_{D1} \quad (3.9)$$

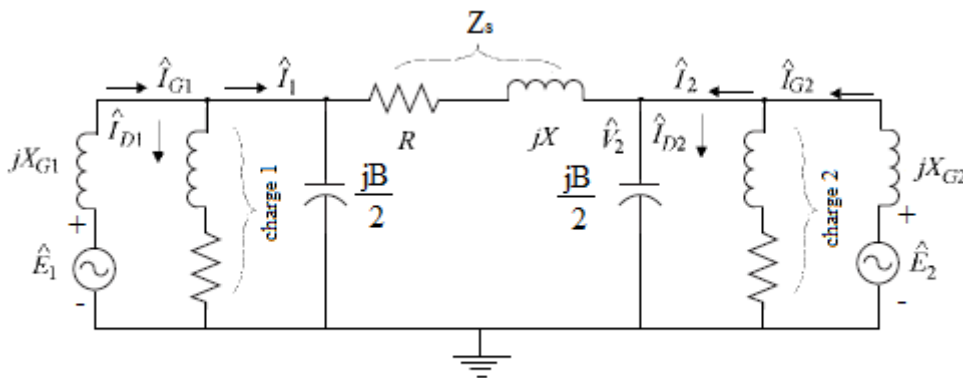


Figure 3.4. Diagramme d'impédance pour deux bus

Puis le courant injecté sur le bus 2 est :

$$I_2 = I_{G2} - I_{D2} \quad (3.10)$$

Toutes les quantités sont supposées être en unité réduite. Le calcul des puissances est comme suit :

$$S_1 = V_1 I_1^* \Rightarrow P_1 + jQ_1 = V_1 I_1^* \Rightarrow (P_1 - jQ_1) = V_1^* I_1 \quad (3.11)$$

Et

$$S_2 = V_2 I_2^* \Rightarrow P_2 + jQ_2 = V_2 I_2^* \Rightarrow (P_2 - jQ_2) = V_2^* I_2 \quad (3.12)$$

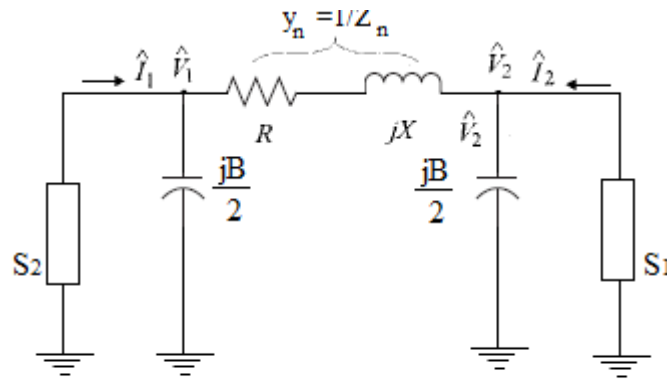


Figure 3.5. Ligne de transmission en  $\pi$  pour à deux bus [26]

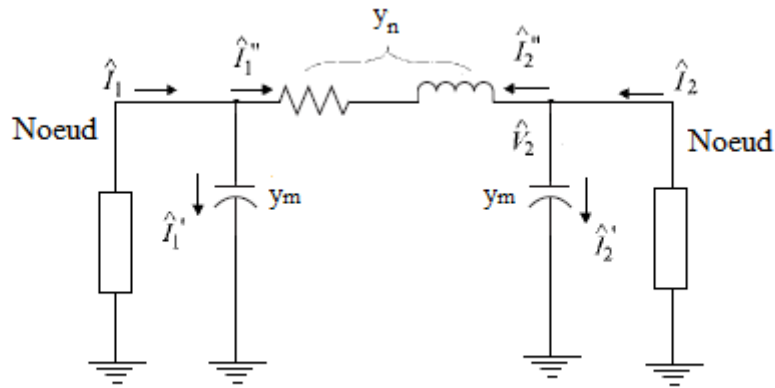


Figure 3.6. L'écoulement de courant dans une ligne en  $\pi$  pour à deux bus

On définit le courant qui circule dans le circuit comme représenté sur la figure. 3.6. Par conséquent, au bus 1 :

$$I_1 = I_1' - I_1'' \quad (3.13)$$

$$I_1 = V_1 y_m - (V_1 - V_2) y_n \quad (3.14)$$

$$I_1 = (-y_n) V_2 + (y_m + y_n) V_1 \quad (3.15)$$

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \quad (3.16)$$

Avec,

$$Y_{11} = y_m + y_n \quad (3.17)$$

$Y_{11}$  : La somme des admittances connectées au bus 1

$$Y_{12} = -y_n \quad (3.18)$$

$Y_{12}$  : L'admittance entre le bus 1 et 2 avec un signe négatif

La même chose au bus 2 :

$$I_2 = I'_2 - I''_2 \quad (3.19)$$

$$I_2 = V_2 y_m + (V_2 - V_1) y_n \quad (3.20)$$

$$I_2 = (-y_n)V_1 + (y_m + y_n)V_2 \quad (3.21)$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \quad (3.22)$$

Avec,

$$Y_{22} = y_m + y_n \quad (3.23)$$

$Y_{22}$  : La somme de toutes les admittances connectées au bus 2

$$Y_{21} = -y_n = Y_{12} \quad (3.24)$$

$Y_{21}$  : L'admittance entre le bus 1 et 2 avec un signe négatif

Par conséquent, pour le système d'énergie à deux bus, les courants injectés sont :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

En notation matricielle,

$$I_{BUS} = Y_{BUS} * V_{BUS} \quad (3.26)$$

Le système à deux bus peut facilement être étendu à un système plus grand. Considérons un système x-bus. La figure 3.7a montre les connexions du bus 1 de ce système à tous les autres bus.

La figure 3.7b montre les modèles des lignes de transmission.

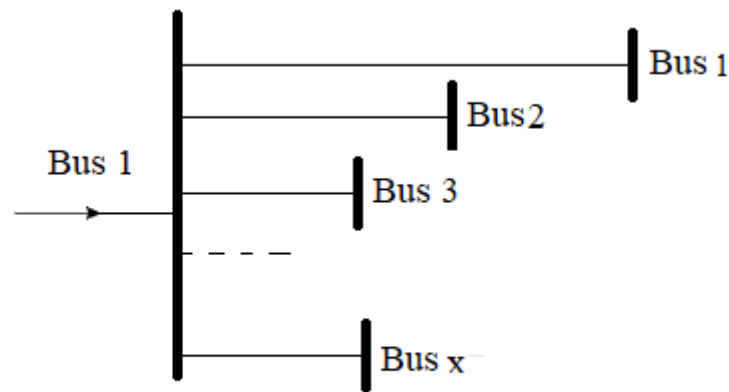


Figure 3.7a Extension de l'analyse à un système x-bus.

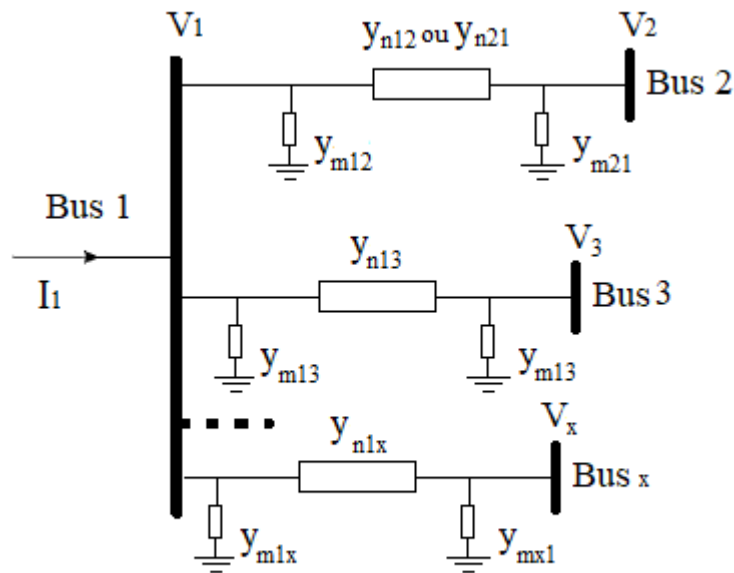


Figure 3.7b Modèle en π pour le système x-bus.

Les équations (3.11) à (3.26) qui étaient dérivé pour le système à deux bus peut maintenant être étendu pour représenter le système x-bus. Ceci est montré ci-dessous.

$$I_1 = V_1 y_{m12} + V_1 y_{m13} + \dots + V_1 y_{m1x} + (V_1 + V_2) y_{n12} + (V_1 + V_3) y_{n13} + \dots + (V_1 + V_x) y_{n1x} \quad (3.27)$$

$$= (y_{m12} + y_{m13} + \dots + y_{m1x} + y_{n12} + y_{n13} + \dots + y_{n1x}) V_x - y_{n12} V_2 - y_{n13} V_3 - \dots - y_{n1x} V_x$$

$$I_1 = y_{11} V_1 + y_{12} V_2 + \dots + y_{1x} V_x \quad (3.28)$$

Avec

$$Y_{11} = (y_{m12} + y_{m13} + \dots + y_{m1x} + y_{n12} + y_{n13} + \dots + y_{n1x}) \quad (3.29)$$

$Y_{11}$  : La somme de toutes les entrées connectées au bus 1.

$$Y_{12} = -y_{n12}, Y_{13} = -y_{n13}, Y_{1x} = -y_{n1x} \quad (3.30)$$

$$I_1 = \sum_{j=1}^x Y_{1j} V_j \quad (3.31)$$

En outre, étendre l'équation de puissance (3.11) à un système x-bus,

$$P_1 - jQ_1 = V_1 * I_1 = V_1 \sum_{j=1}^x Y_{1j} V_j \quad (3.32)$$

L'équation (3.32) peut être écrite pour tout bus générique i:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^x Y_{ij} V_j \quad i = 1, 2, \dots, x \quad (3.33)$$

L'équation (3.33) représente les équations non linéaires de l'écoulement de puissance.

L'équation (3.25) peut également être réécrite pour un système x-bus:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1x} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2x} \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nx} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_x \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Ou,

$$I_{Bus} = Y_{Bus} V_{Bus} \quad (3.35)$$

Avec,

$$Y_{Bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1x} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2x} \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nx} \end{bmatrix} = \text{Matrice d'admittance de bus} \quad (3.36)$$

### 3.4. Classification des bus

Pour l'analyse de l'écoulement de charge, on suppose que les charges sont constantes et qu'elles sont définies par leur consommation d'énergie active et réactive. On suppose en outre que les tensions aux bornes du générateur sont étroitement régulées et donc constantes. L'objectif principal de l'écoulement de charge est de trouver l'amplitude de la tension de chaque bus et son angle lorsque les puissances générées et les charges sont pré-spécifiées. Pour faciliter cela, nous classons les différents bus du système électrique indiqués dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3.1. Classification des Nœuds

Nœud	Variables spécifiés	Variables à calculer
Nœud de charge	$P_G, Q_D, P_D, Q_D$	$ V , \delta$
Nœud générateur (Nœud à tension contrôlée)	$ V , P_G, P_D, Q_D$	$\delta, Q_G$
Nœud bilan	$ V , \delta, P_D, Q_D$	$P_G, Q_G$

G : Puissance générée  
 D : Puissance de la charge

### 3.4.1. Nœud de charge PQ

Un Nœud (bus) sur lequel seule une charge est connectée et aucune production n'existe est appelé bus de charge. Sur ce bus, les demandes de puissance active et réactive  $P_d$  et  $Q_d$  sont générées par la production. La demande est généralement estimée ou prévue comme dans la prévision de charge ou mesurée à partir d'instruments. Assez souvent, la puissance réactive est calculée à partir de la demande de puissance réelle avec un facteur de puissance supposé. Un bus de charge est également appelé bus p, Q. Puisque les demandes de charge,  $P_d$  et  $Q_d$  sont des valeurs connues sur ce bus. Les deux autres quantités inconnues sur un bus de charge sont l'amplitude de la tension et son angle de phase sur le bus. Dans une équation d'équilibre de puissance,  $P_d$  et  $Q_d$  sont les grandeurs négatifs puisque les puissances générées  $P_g$  et  $Q_g$  sont supposées positives.

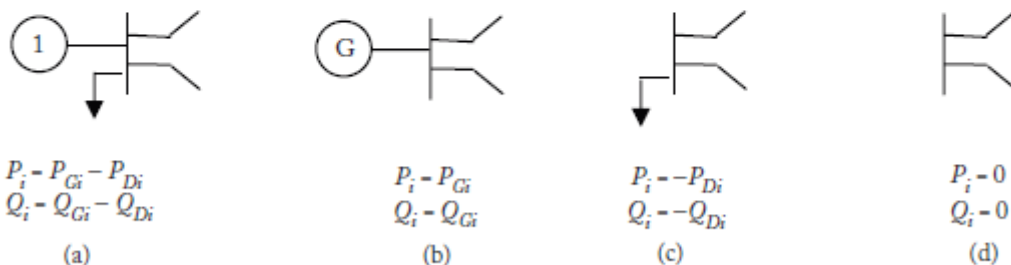
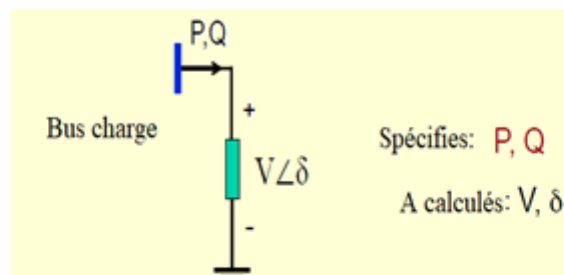


Figure 3.8. Schéma d'un bus PQ



### 3.4.2. Nœud à tension contrôlée ou bus générateur PV

Un nœud à tension contrôlée est tout nœud du système où l'amplitude de tension peut être contrôlée. La puissance réelle développée par un générateur synchrone peut être modifiée en changeant l'entrée du moteur principal. Cela modifie à son tour la position de l'axe du rotor de la machine par rapport à un axe de référence ou de rotation synchrone ou à une référence bus. En d'autres termes, l'angle de phase du rotor  $\delta$  est directement lié à la puissance réelle générée par la machine. L'amplitude de tension d'autre part, est principalement, influencée par le courant d'excitation dans l'enroulement de champ. Ainsi, sur un bus de générateur, la production d'énergie réelle  $P_g$  et l'amplitude de tension  $|V_g|$  peuvent être spécifiées.

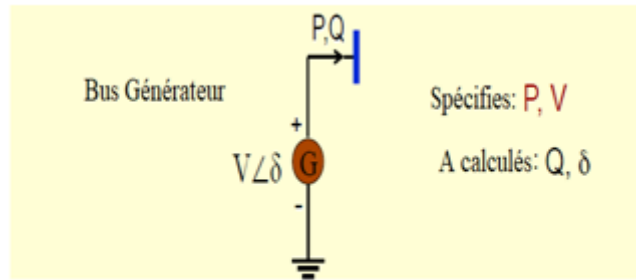


Figure 3.9. Le schéma d'un bus PV

La plupart des bus générateurs entrent dans cette catégorie, indépendamment du fait qu'ils aient également une charge; les exceptions sont les bus qui ont une injection de puissance réactive à la limite supérieure du générateur ( $Q_{max}$ ) ou à sa limite inférieure ( $Q_{min}$ ). Il existe également des cas particuliers où un bus non générateur (c'est-à-dire un bus avec charge ou un bus sans génération ni charge) peut être classé comme type PV, et certains exemples de ces cas particuliers sont des bus ayant des condensateurs shunt commutés ou statiques. Systèmes var (SVC), d'où la puissance réactive  $Q_g$  et  $\delta$  sont les valeurs qui ne sont pas connues et doivent être calculées.

### 3.4.3. Nœud balancier ou de référence

Ce nœud est généralement numéroté 1 dans l'analyse de l'écoulement de charge. Ce bus définit la référence angulaire pour tous les autres bus. Puisque c'est la différence d'angle entre deux sources de tension qui dicte le flux de puissance active et réactive entre elles, l'angle particulier du bus balancier n'est pas important. Cependant, il définit la référence par rapport à laquelle les angles de toutes les autres tensions de bus sont mesurés. Pour cette raison, l'angle de ce bus est généralement choisi comme  $0^\circ$ . De plus, on suppose que l'amplitude de la tension de ce bus est connue.

Les équations du bilan de puissance peuvent être écrites comme suit :

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} - \sum_{i=1}^n P_{Di} - \sum P_{pertes} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Q_{Gi} - \sum_{i=1}^n Q_{Di} - \sum Q_{pertes} = 0$$
(3.37)

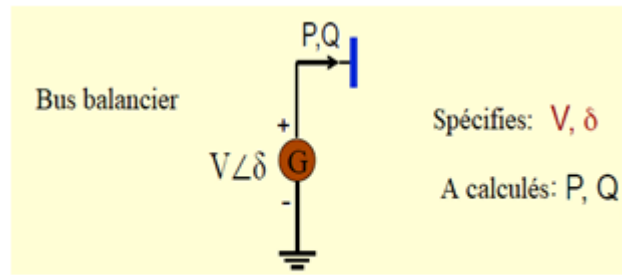


Figure 3.10. Le schéma d'un bus  $V, \delta$

#### 3.4.4. Limites

Pour que la solution des équations de flux statique de charge (SLFE) ait une signification pratique, toutes les variables d'état et de commande doivent se situer dans les limites pratiques spécifiées. Ces limites sont représentées par les spécifications du matériel du système électrique et les contraintes d'exploitation, et sont décrites comme suit :

- L'amplitude de la tension  $|V_i|$  doit Satisfaire l'inégalité :

$$|V_i|^{min} \leq |V_i| \leq |V_i|^{max} \quad (3.38)$$

Cette limite est due au fait que les équipements du réseau électrique sont conçus pour fonctionner à des tensions fixes dans les limites des variations admissibles de  $\pm (5-10)\%$  des valeurs nominales.

- Certains des angles de tension  $\delta_i$  (variables d'état) doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$|\delta_i - \delta_k| \leq |\delta_i - \delta_k|^{max} \quad (3.39)$$

Cette contrainte limite l'angle de puissance maximal admissible de la ligne de transmission reliant les bus  $i$  et  $k$  est imposé par des considérations de stabilité.

- Suite aux limitations physiques de  $p$  et/ou  $Q$ , les sources de production sont soumises à des contraintes.

$$\begin{aligned} P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max} & \quad (i = 1, 2, \dots, NB) \\ Q_{gi}^{min} \leq Q_{gi} \leq Q_{gi}^{max} & \quad (i = 1, 2, \dots, NB) \end{aligned} \quad (3.40)$$

De plus, les contraintes d'égalité sont :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{NB} P_{gi} &= \sum_{i=1}^{NB} P_{di} + P_L \\ \sum_{i=1}^{NB} Q_{gi} &= \sum_{i=1}^{NB} Q_{di} + Q_L \end{aligned} \quad (3.41)$$

Où  $P_L$  et  $Q_L$  sont respectivement les pertes de puissance réelle et réactive du système.

Les équations de l'écoulement de charge sont des équations algébriques non linéaires et doivent être résolues par des techniques numériques itératives, telles que les techniques d'élimination de Gauss, Gauss-Seidel et Newton-Raphson, etc. Au prix de la précision de la solution, il est possible de linéariser les équations de l'écoulement de charge en faisant des hypothèses et des approximations appropriées, de sorte que des solutions rapides et explicites deviennent possible.

### 3.5. Analyse de l'écoulement de charge

Prenons un bus comme le montre la figure 3.11. Comme mentionner précédemment, chaque bus est associé à six grandeurs ou variables. Ce sont,  $|V|$ ,  $\delta$ ,  $P_G$ ,  $Q_G$ ,  $P_D$  et  $Q_D$ . En supposant qu'il y ait  $n$  bus dans le système, il y aurait un total de  $6n$  variables.

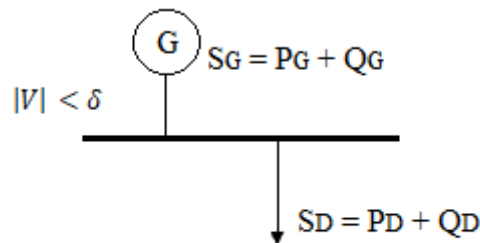


Figure 3.11. Schéma d'un bus en général

L'écoulement de puissance de l'équation (3.33) peut être résolu en parties active et réactives comme suit:

$$P_i = \text{Réal} \left[ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.42)$$

$$Q_i = -\text{imag} \left[ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.43)$$

Ainsi, il existe  $2n$  équations et  $6n$  variables pour le système  $n$ -bus. Puisqu'il ne peut y avoir de solution dans ce cas,  $4n$  variables doivent être pré-spécifiées. Sur la base des spécifications des paramètres, nous pouvons désormais classer les bus comme indiqué dans le tableau 3.1.

#### 3.5.1. Calcul de l'écoulement et les pertes dans les lignes

Dans cette section, nous abordons les expressions mathématiques permettant de calculer le l'écoulement et les pertes dans les lignes. Considérons la ligne reliant les bus  $i$  et  $j$ , comme le montre la figure 3.12. Soit  $S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$  la puissance transférée du  $i^{\text{ème}}$  bus au  $j^{\text{ème}}$  bus,  $I_{ij}$  le courant circulant du  $i^{\text{ème}}$  bus au  $j^{\text{ème}}$  bus, et  $V_i$  et  $V_j$  les tensions du  $i^{\text{ème}}$  bus au  $j^{\text{ème}}$  bus. En appliquant le KCL on obtient :

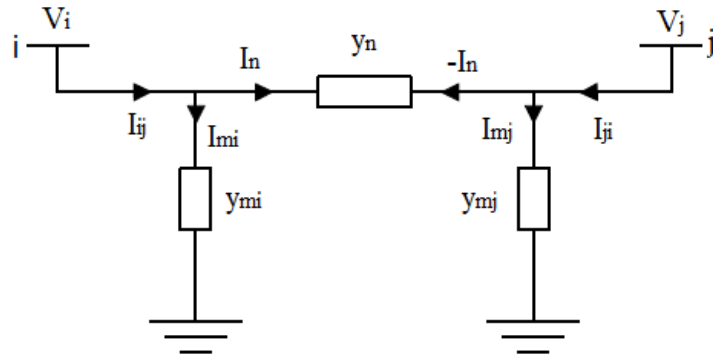


Figure 3.12. Système à deux bus illustrant l'écoulement dans la ligne.

L'écoulement de courant du Bus  $i, j$  :

$$I_{ij} = I_n + I_{mi} = y_n(V_i - V_j) + y_{mi}V_i \quad (3.44)$$

-L'écoulement de courant du Bus  $j, i$  :

$$I_{j,i} = -I_n + I_{ni} = y_n(V_j - V_i) + y_{mj}V_j \quad (3.45)$$

Soit  $S_{ij}$ ,  $S_{ji}$  les puissances de la ligne définies positives dans la ligne aux bus  $i$  et  $j$ , respectivement :

$$S_{ij} = P_{ji} + j Q_{ji} = V_i I_{ij}^* \quad (3.46)$$

$$S_{ji} = P_{ji} + j Q_{ji} = V_j I_{ji}^* \quad (3.47)$$

La perte de puissance dans la ligne ( $i - j$ ) est la somme algébrique des flux de puissance déterminée à partir de (3.46) et (3.47) :

$$S_{L(i-j)} = S_{ij} + S_{ji} \quad (3.48)$$

$$\text{Les pertes actives} = P_{ij,\text{perte}} = P_{ij} + P_{ji}$$

$$\text{Les pertes réactives} = Q_{ij,\text{perte}} = Q_{ij} + Q_{ji} \quad (3.49)$$

$$\text{Les pertes totales} = \sum_{\text{ligne } n^{\circ}=1}^l P_{\text{pertes}}$$

Nous allons maintenant décrire les méthodes utilisées pour résoudre les équations de l'écoulement de puissance.

### 3.6. Méthodes utilisées pour résoudre le problème de l'écoulement de charge

Une méthode itérative est un processus répétitif pour obtenir la solution d'une équation ou d'un système d'équations. Les solutions partent d'estimations initiales choisies arbitrairement des variables inconnues à partir desquelles un nouvel ensemble d'estimations est déterminé.

La convergence est obtenue lorsque le décalage absolu entre les estimations actuelles et précédentes est inférieur à un indice de précision pré-spécifié 'e' acceptable (l'indice de convergence) pour toutes les variables. La solution des équations de l'écoulement de puissance non linéaires simultanées nécessite l'utilisation de techniques itératives même pour les systèmes de puissance les plus simples.

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre des équations non linéaires, telles que :

- Gauss-Seidel.
- Newton Raphson.
- Découplé rapide.

#### 3.6.1. Méthode de Gauss-Seidel

Dans l'étude de l'écoulement de charge, il est nécessaire de résoudre l'ensemble des équations non linéaires représentées par (3.33) pour deux variables inconnues à chaque nœud. Dans la méthode Gauss-Seidel (3.33) est résolu pour  $V_i$ , et la séquence itérative devient :

$$P_i - jQ_i = V_i^* \left[ \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.50)$$

$$= V_i^* Y_{ii} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i^* Y_{ij} V_j \quad (3.51)$$

$$\Rightarrow V_i^* Y_{ii} V_i = (P_i - jQ_i) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i^* Y_{ij} V_j \quad (3.52)$$

$$\Rightarrow Y_{ii} V_i = \frac{(P_i - jQ_i)}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j \quad (3.53)$$

$$\Rightarrow V_i = \frac{\frac{(P_i - jQ_i)}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j}{Y_{ii}} \quad (3.54)$$

Aussi, de (3.50),

$$P_i = \text{Réel} \left[ V_i^* Y_{ii} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i^* Y_{ij} V_j \right] \quad (3.55)$$

et

$$Q_i = -\text{Imag} \left[ V_i^* Y_{ii} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i^* Y_{ij} V_j \right] \quad (3.56)$$

Ou  $Y_{ij}$  est un élément de  $Y_{Bus}$

En généralisant l'écoulement de charge de Gauss-Seidel, l'estimation de la tension  $V_i$  au bus  $i$    la  $k^{\text{ me}}$  itération est :

$$V_i^{k+1} = \frac{\frac{(P_i - jQ_i)}{V_i^{k*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^\alpha}{Y_{ii}} \quad (3.57)$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} \alpha = k & \text{si } i < j \\ \alpha = k + 1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

Donc les tensions nodales pour  $n$  bus sont comme suit :

$$\begin{aligned} V_2^{k+1} &= (V_1, V_2^k, V_3^k, \dots, V_n^k) \\ V_3^{k+1} &= (V_1, V_2^{k+1}, V_3^k, \dots, V_n^k) \\ V_4^{k+1} &= (V_1, V_2^{k+1}, V_3^{k+1}, V_4^k, \dots, V_n^k) \\ V_n^{k+1} &= (V_1, V_2^{k+1}, V_3^{k+1}, V_4^{k+1}, \dots, V_n^k) \end{aligned} \quad (3.58)$$

Pour le PV la puissance réactive est :

$$(Q_i)^{(k+1)} = -\text{imag} \left\{ V_i^{(k)*} \left[ (Y_{ii} V_i^k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (Y_{ij} V_j^\alpha) \right] \right\} \quad (3.59)$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} \alpha = k & \text{si } i < j \\ \alpha = k + 1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

- **Algorithme de Gauss-Seidel**

**Étape 1 :** Formuler la matrice d'admittance  $Y_{bus}$  en unité réduite.

**Étape 2 :** Attribuez des estimations initiales aux amplitudes et angles de tension inconnus :

$$|V| = 1.0, \quad \delta = 0$$

**Étape 2a: Bus PQ**

Calculer  $V_i$  selon l'équation. (3.57)

$$V_i^{k+1} = \frac{\frac{(P_i - jQ_i)}{V_i^{k*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^\alpha}{Y_{ii}}$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} \alpha = k & \text{si } i < j \\ \alpha = k + 1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

Pour une convergence plus rapide, appliquez le facteur d'accélération aux bus de charge :

$$V_{i,acc}^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha (V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}) \quad (3.60)$$

Où  $\alpha$  est le facteur d'accélération  $1.1 \leq \alpha \leq 2$

**Étape 2b: Bus PV**

Calculer  $Q_i$  selon l'équation. (3.59):

$$(Q_i)^{(k+1)} = -\text{imag}\{V_i^{(k)*} [(Y_{ii} V_i^k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (Y_{ij} V_j^\alpha)]\}$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} \alpha = k & \text{si } i < j \\ \alpha = k + 1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

Sous la contrainte suivante :

$$Q_i = \begin{cases} Q_i^{\min} & \text{si } Q_i \leq Q_i^{\min} \\ Q_i^{\max} & \text{si } Q_i \geq Q_i^{\max} \\ Q_i & \text{si } Q_i^{\min} < Q_i < Q_i^{\max} \end{cases} \quad (3.61)$$

Il est possible de contrôler le  $|V_i|$  par  $Q_i$ . Pendant le processus d'itération, si  $Q_i$  viole les limites prescrites, elle est ramenée aux limites prescrites, elle est fixée à  $Q_{i, \min}$  ou  $Q_{i, \max}$  selon le cas et le bus PV doit être traité comme un bus PQ au cours de cette itération.

La valeur  $\delta_{ical}$  peut être obtenue à partir de l'équation (3.57) :

$$V_i^{k+1} = \frac{\frac{(P_i - jQ_i)}{V_i^{k*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j^\alpha}{Y_{ii}}$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} \alpha = k & \text{si } i < j \\ \alpha = k + 1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

Si l'amplitude de tension  $|V_i|$  de la nouvelle valeur calculée de  $V_i$  est différente par rapport à la valeur d'amplitude de tension spécifiée du nœud de génération  $i$ , la nouvelle tension est corrigée en la multipliant par le facteur correspondant au rapport de l'amplitude de tension spécifiée par l'amplitude de tension calculée, tout en gardant la phase de tension de la valeur calculée  $\delta_{ical}$ , tel que :

$$V_i^{(k+1)} = |V_{1,spec}| < \delta_{1cal}^{(k+1)} \quad (3.62)$$

En utilisant les équations. (3.57) et (3.58), il ne faut pas oublier d'utiliser les dernières valeurs calculées des tensions de bus à chaque itération. Ainsi, par exemple, s'il y a cinq bus dans le système étudié et que l'on a déterminé de nouvelles valeurs de tension de bus aux bus 1-3, puis lors de la détermination de la tension de bus sur le bus 4, il convient d'utiliser ces valeurs nouvellement calculées de tensions de bus à 1, 2 et 3; les bus 4 et 5 auront les valeurs de l'itération précédente.

**Étape 3 :** Vérifiez la convergence

$$|R_e [V_1^{(k+1)}] - R_e [V_1^{(k)}]| \leq \epsilon \quad (3.63)$$

C'est-à-dire que la valeur absolue de la différence de la partie réelle de la tension entre des itérations successives doit être inférieure à une valeur de tolérance. Typiquement,  $\epsilon$ , et aussi :

$$|\text{Imag} [V_1^{(k+1)}] - \text{Imag} [V_1^{(k)}]| \leq \epsilon \quad (3.64)$$

Autrement dit, la valeur absolue de la différence de la valeur imaginaire de la tension doit être inférieure à une valeur de tolérance.

Si la différence est supérieure à la tolérance, retournez à l'étape 2a ou/et 2b. Si la différence est inférieure à la tolérance, la solution a convergé; passez à l'étape 4.

**Étape 4 :** Trouvez la puissance du Bus balancier  $P_G$  et  $Q_G$  à partir des équations. (3.55) et (3.56) :

$$(P_i - jQ_i)^{(k+1)*} = V_i^{(k)*} \left[ (Y_{ii} V_i^k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (Y_{ij} V_j^k) \right] \quad (3.65)$$

$$S_G = S_i + S_D$$



$S_G$  : Puissance générée dans le bus de référence.

$S_i$  : Puissance injectée dans le bus de référence.

$S_D$  : Puissance de la charge connectée au bus de référence.

**Étape 5** : Calculer l'écoulement dans les lignes comme décrit dans l'équation (3.49) :

Calcul de l'écoulement et les pertes : En tant que dernière étape de toute solution de l'écoulement de puissance, il faut trouver l'écoulement dans les lignes. Ceci est illustré par le système à deux bus de la figure 3.12. Le courant de ligne,  $I_{ij}$ , sur le bus  $i$  est défini positif dans la direction  $i \rightarrow j$ .

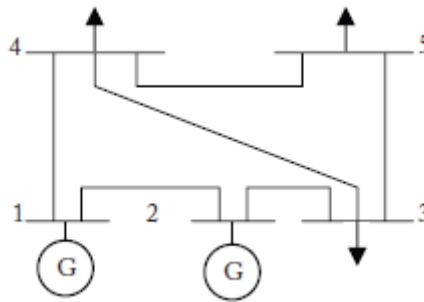
**Étape 6** : FIN.

### Remarque

- Les équations de tension de Gauss-Seidel de la forme représentée en (3.57) sont écrites pour tous les bus à l'exception du bus balancier. La solution procède de manière itérative à partir d'une estimation de toutes les tensions de bus
- Pour un bus de charge (type **PQ**) dont la puissance active et la puissance réactive sont spécifiées, l'équation de tension G-S est utilisée directement pour calculer la tension du bus.
- Pour un bus générateur (type **PV**) où la magnitude de tension et la puissance active sont spécifiées, une estimation de **Qp** doit d'abord être déterminée. Cette estimation est ensuite comparée aux limites de puissance réactive du générateur puis recalculé **Vp** de ce bus.
- Si elle est dans les limites, la tension spécifiée est maintenue et le **Qp** calculée est utilisé, dans l'équation de Gauss-Seidel.
- Si non, la puissance réactive est réglée sur une limite appropriée (**Q<sub>min</sub> ou Q<sub>max</sub>**) et le bus est traité comme un bus de charge (**PQ**) dans l'itération en cours (pas de correction de **V**).

### Exemple 3.1

Considérons le système électrique à 5 bus de la figure ci dessous. Chaque ligne a une impédance de  $(0,02 + j0.2)$ . Toutes les données sont en p.u,



Données des Bus

N° Bus	Charge		Production		Tension V	Remarque
	P	Q	P	Q		
1	NS	NS	NS	NS	1.2∠0	Réf. Bus
2	0	0	0.5	NS	1.1	PV Bus
3	0.6	0.3	0	0	NS	PQ Bus
4	0.6	0.3	0	0	NS	PQ Bus
5	0.5	0.2	0	0	NS	PQ Bus

Prenez les limites de la puissance réactive pour le bus PV comme :  $-1 \leq Q_2 \leq 1 pu$

Calculer :  $Q_2, \delta_2, V_2, V_3, V_4$  et  $V_5$  après la deuxième itération en utilisant la méthode de Gauss-Seidel.

### Solution:

Calcul de la matrice d'admittance de bus  $Y_{BUS}$  :

-L'admittance de chaque ligne  $y = \frac{1}{(0.02 + j0.2)} = (0.495 - j4.950)$

-Les éléments diagonaux :

$$Y_{11} = y_{12} + y_{14} = (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) = (0.99 - j9.9)$$

$$Y_{22} = y_{21} + y_{23} = (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) = (0.99 - j9.9)$$

$$Y_{33} = y_{23} + y_{34} + y_{35} = (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) = (1.485 - j14.85)$$

$$Y_{44} = y_{14} + y_{43} + y_{45} = (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) = (1.485 - j14.85)$$

$$Y_{55} = y_{35} + y_{54} = (0.495 - j4.950) + (0.495 - j4.950) = (0.99 - j9.9)$$

-Les éléments non diagonaux :

$$\begin{aligned}
Y_{12} &= Y_{21} = -(y_{12}) = (-0.495 + j4.95) \\
Y_{14} &= Y_{41} = -(y_{14}) = (-0.495 + j4.95) \\
Y_{23} &= Y_{32} = -(y_{23}) = (-0.495 + j4.95) \\
Y_{34} &= Y_{43} = -(y_{34}) = (-0.495 + j4.95) \\
Y_{35} &= Y_{53} = -(y_{35}) = (-0.495 + j4.95) \\
Y_{45} &= Y_{54} = -(y_{45}) = (-0.495 + j4.95) \\
Y_{13} &= Y_{31} = Y_{15} = Y_{51} = Y_{25} = Y_{52} = Y_{24} = Y_{42} = 0
\end{aligned}$$

$$Y_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} 0.99 - j9.9 & -0.495 + j4.95 & 0 & -0.495 + j4.95 & 0 \\ -0.495 + j4.95 & 0.99 - j9.9 & -0.495 + j4.95 & 0 & 0 \\ 0 & -0.495 + j4.95 & 1.485 - j14.85 & -0.495 + j4.95 & -0.495 + j4.95 \\ -0.495 + j4.95 & 0 & -0.495 + j4.95 & 1.485 - j14.85 & -0.495 + j4.95 \\ 0 & 0 & -0.495 + j4.95 & -0.495 + j4.95 & 0.99 - j9.9 \end{bmatrix}$$

-Les éléments  $Y_{\text{Bus}}$  sous forme polaire sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned}
0.99 - j9.9000 &= 9.949 \angle -84.28 \\
1.485 - j14.85 &= 14.92 \angle -84.28 \\
-0.495 + j4.9505 &= 4.914 \angle 95.71
\end{aligned}$$

-La puissance injectée à chaque bus est :

$$\begin{aligned}
S_1 &= P_1 + jQ_1 \text{ p.u.}; S_2 = 0.5 + jQ_2 \text{ p.u.} \\
S_3 &= -0.6 - j0.30 \text{ p.u.}; S_4 = -0.6 - j0.3 \text{ p.u.}; S_5 = -0.5 - j0.2 \text{ p.u.}
\end{aligned}$$

Nous supposons ce qui suit :

$$V_3^0 = V_4^0 = V_5^0 = 1 \text{ p.u. et } \delta_4^0 = \delta_3^0 = \delta_4^0 = \delta_5^0 = \angle 0$$

Avec :  $V_2^0 = 1.1 + j0, |V_2| = 1.1;$

-Calcul de  $Q_2$  :

$$\begin{aligned}
Q_2^{(1)} &= -\text{imag} \left[ V_2^{*(0)} (Y_{22} * V_2^{(0)} + Y_{21} * V_1^{(0)} + Y_{23} * V_3^{(0)}) \right] \\
Q_2^{(1)} &= 0.000209 \text{ pu}
\end{aligned}$$

La valeur de  $Q_2^1$  est dans les limites imposées de  $Q_{2 \text{ min}}$  et  $Q_{2 \text{ max}}$ .

En utilisant la valeur ci-dessus de  $Q_2^1$ , nous trouvons  $V_2^1$  comme suit :

$$V_2^1 = \frac{1}{Y_{22}} \left[ \frac{(P_2 - jQ_2)}{(V_2^0)^*} - Y_{21} V_1 - Y_{23} V_3^0 - Y_{25} V_5^0 \right]$$

$$V_2^1 = \frac{1}{0.99 - j9.9} \left[ \frac{(0.5 - j0.000209)}{(1.1 - j0)} + (0.495 - j4.95)(1.2) \right. \\ \left. + (0.495 - j4.95)(1) + (0) + (0) \right]$$

$$= 1.10445335 + j0.04545 = 1.054 \angle 2.368^\circ$$

Par conséquent,  $\delta_2^1 = 2.368^\circ$

On pose  $|V_2^1| = |V_2|$ , et conserver l'angle de phase  $\delta_2^1$ . Ainsi, la valeur de  $V_2^1$  pour l'itération suivante est fixée à  $\delta_2^1 = 1.1 \angle 2.368^\circ$

$$V_3^1 = \frac{1}{Y_{33}} \left[ \frac{(P_3 - jQ_3)}{(V_3^0)^*} - Y_{31} V_1 - Y_{32} V_2 - Y_{34} V_4 - Y_{35} V_5 \right]$$

$$= \frac{1}{(1.485 - j14.85)} \left[ \frac{(-0.6 + j0.3)}{1 \angle 0} + (0) + (0.495 - j4.95)(1.1 \angle 2.356^\circ) \right. \\ \left. + (0.495 - j4.95)(1) + (0.495 + j4.95)(1) \right]$$

$$= 1.00912 - j0.0229 = 1.011 \angle -1.55^\circ$$

$$V_4^1 = \frac{1}{Y_{44}} \left[ \frac{P_4 - jQ_4}{(V_4^0)^*} - Y_{41} V_1 - Y_{42} V_2 - Y_{43} V_3 - Y_{45} V_5 \right]$$

$$= \frac{1}{(1.485 - j14.85)}$$

$$\left[ \frac{(-0.6 + j0.3)}{1 \angle 0} + (0.495 - j4.95)(1.2) + (0) + (0.495 - j4.95)(1.009 - 1.3^\circ) \right. \\ \left. + (0.495 - 4.95)(1) \right]$$

$$= 1.045777 - j0.045648 = 1.057 \angle -3.068^\circ$$

$$V_5^1 = \frac{1}{Y_{55}} \left[ \frac{P_5 - jQ_5}{(V_5^0)^*} - Y_{51} V_1^1 - Y_{52} V_2^2 - Y_{53} V_3^1 - Y_{54} V_4^1 \right]$$

$$= \frac{1}{(0.99 - j9.9)} \left[ \frac{(-0.5 + j0.2)}{1} + 0 + 0 + (0.495 - j4.95)(1.009 \angle -1.3) \right]$$

$$= 1.00249 - j0.823 = 1.016 \angle -6.104^\circ$$

Les valeurs des tensions obtenues après la première itération, sont vérifiées avec les résultats obtenus en exécutant le programme en Matlab.

Résultat de la première itération :

```
the solution with Gauss-seidal method
Maximum Voltage Mismatch = 0.0903635
No. of Iterations = 1
```

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.200	0.000	0.000	0.000	17.822	178.218	0.000
2	1.100	2.368	0.000	0.000	50.000	0.000	0.000
3	1.011	-1.554	60.000	30.000	0.000	0.000	0.000
4	1.057	-3.068	60.000	30.000	0.000	0.000	0.000
5	1.016	-6.104	50.000	20.000	0.000	0.000	0.000
Total			170.000	80.000	67.822	178.218	0.000

#### Line Flow and Losses

--Line-- from to	Power at bus & line flow			--Line loss--		Transfor tap
	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	
1	17.822	178.218	179.107			
	2	-21.006	62.664	66.091	0.607	6.067
	4	42.187	82.464	92.628	1.192	11.917
2	50.000	0.000	50.000			
	1	21.613	-56.598	60.584	0.607	6.067
	3	42.629	45.882	62.629	0.648	6.483

3		-60.000	-30.000	67.082		
	2	-41.980	-39.399	57.573	0.648	6.483
	5	40.274	-4.621	40.539	0.321	3.214
	4	11.703	-24.165	26.849	0.141	1.410
4		-60.000	-30.000	67.082		
	1	-40.995	-70.547	81.593	1.192	11.917
	5	30.396	19.634	36.186	0.234	2.344
	3	-11.562	25.575	28.067	0.141	1.410
5		-50.000	-20.000	53.852		
	3	-39.953	7.835	40.714	0.321	3.214
	4	-30.162	-17.290	34.766	0.234	2.344
Total loss					3.143	31.435

Résultat de la deuxième itération :

the solution with Gauss-seidal method  
Maximum Voltage Mismatch = 0.0569366  
No. of Iterations = 2

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load----- MW Mvar		---Generation--- MW Mvar		Injected Mvar
1	1.200	0.000	0.000	0.000	21.180	145.128	0.000
2	1.100	1.691	0.000	0.000	50.000	-10.716	0.000
3	1.038	-5.065	60.000	30.000	0.000	0.000	0.000
4	1.063	-5.951	60.000	30.000	0.000	0.000	0.000
5	1.029	-8.540	50.000	20.000	0.000	0.000	0.000
Total			170.000	80.000	71.180	134.412	0.000

#### Line Flow and Losses

--Line-- from to	Power at bus & line flow MW Mvar MVA			--Line loss-- MW Mvar	Transformer tap
1	21.180	145.128	146.665		
2	-13.317	61.619	63.042	0.552	5.520
4	73.944	78.443	107.801	1.614	16.140
2	50.000	-10.716	51.135		
1	13.869	-56.099	57.788	0.552	5.520
3	70.273	30.961	76.791	0.975	9.747

3		-60.000	-30.000	67.082		
	2	-69.298	-21.214	72.473	0.975	9.747
	5	32.623	2.644	32.730	0.199	1.988
	4	7.183	-13.382	15.188	0.043	0.428
4		-60.000	-30.000	67.082		
	1	-72.330	-62.302	95.463	1.614	16.140
	5	26.291	16.000	30.777	0.168	1.678
	3	-7.140	13.810	15.547	0.043	0.428
5		-50.000	-20.000	53.852		
	3	-32.424	-0.656	32.431	0.199	1.988
	4	-26.123	-14.322	29.792	0.168	1.678
Total loss					3.550	35.501

Résultat de la vingt et unième itération :

the solution with Gauss-seidal method  
Maximum Voltage Mismatch = 1.05969e-06  
No. of Iterations = 21

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.200	0.000	0.000	0.000	124.328	140.864	0.000
2	1.100	-1.692	0.000	0.000	50.000	-17.559	0.000
3	1.032	-8.906	60.000	30.000	0.000	0.000	0.000
4	1.056	-8.236	60.000	30.000	0.000	0.000	0.000
5	1.018	-11.157	50.000	20.000	0.000	0.000	0.000
Total			170.000	80.000	174.328	123.305	0.000

#### Line Flow and Losses

--Line-- from to	Power at bus & line flow			--Line loss--	Transformer tap	
	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	
1	124.327	140.863	187.882			
	2	25.265	57.761	63.045	0.552	5.520
	4	99.064	83.103	129.305	2.322	23.222
2	50.000	-17.560	52.994			
	1	-24.713	-52.241	57.791	0.552	5.520
	3	74.714	34.682	82.371	1.121	11.215

3		-60.000	-30.000	67.082		
	2	-73.592	-23.467	77.243	1.121	11.215
	5	21.140	5.235	21.779	0.089	0.892
	4	-7.547	-11.767	13.980	0.037	0.367
4		-60.000	-30.000	67.082		
	1	-96.741	-59.881	113.774	2.322	23.222
	5	29.158	17.746	34.134	0.209	2.090
	3	7.584	12.135	14.310	0.037	0.367
5		-50.000	-20.000	53.852		
	3	-21.051	-4.344	21.494	0.089	0.892
	4	-28.949	-15.656	32.912	0.209	2.090
<b>Total loss</b>					<b>4.331</b>	<b>43.306</b>

### 3.6.2. Méthode Newton Raphson

La méthode Newton-Raphson (NR) peut être appliquée au problème de l'écoulement de puissance de deux manières, en fonction de la façon dont les tensions de bus sont exprimées. Les tensions de bus peuvent être exprimées sous forme polaire ou rectangulaire.

#### A) Méthode NR lorsque les tensions de bus sont exprimées sous forme polaire

Rappelez-vous les équations de flux de puissance statique qui ont été dérivées à la section 3.3.

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| Y_{ij} | \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.66)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| Y_{ij} | \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.67)$$

On peut observer dans les équations ci-dessus que les  $P_i$  et  $Q_i$  injectés à chaque bus dans un système électrique à  $n$  bus sont des fonctions d'amplitudes de tension  $|V|$  de  $n$  bus et un autre nombre de  $n$  angles de phase ( $\delta$ ).

$$P_i = f_1(\delta, |V|) \quad (3.68)$$

$$Q_i = f_2(\delta, |V|) \quad (3.69)$$



Étant donné que  $P_i$  et  $Q_i$  sont des fonctions de  $2n$  quantités, si une ou plusieurs quantités changent, la valeur de  $P_i$  et  $Q_i$  change. Le changement de  $|V|$  et peut être écrit à l'aide de la série de Taylor comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta P_i = & \frac{\partial P_i}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_n} \Delta \delta_n \\ & + \frac{\partial P_i}{\partial |V_1|} \Delta |V_1| + \frac{\partial P_i}{\partial |V_2|} \Delta |V_2| + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial |V_n|} \Delta |V_n| \end{aligned} \quad (3.70)$$

et

$$\begin{aligned} \Delta Q_i = & \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_n} \Delta \delta_n \\ & + \frac{\partial Q_i}{\partial |V_1|} \Delta |V_1| + \frac{\partial Q_i}{\partial |V_2|} \Delta |V_2| + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial |V_n|} \Delta |V_n| \end{aligned} \quad (3.71)$$

Pour  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Nous commençons la méthode NR pour l'étude de Cas-1 où les bus PV ne sont pas présents. Le bus-1 est un bus balancier et le reste sont des bus PQ,  $i = 2, \dots, n$ .

La discussion suivante modifie les équations (3.70) et (3.71).

1. Dans un système électrique de  $n$ -bus, le bus-1 est généralement désigné comme un bus de référence. Pour le bus balancier,  $|V_1|$  et  $\delta_1$  sont spécifiés.

2.  $\Delta P$  et  $\Delta Q$  sont les écarts de puissance, et ils représentent la différence entre les puissances spécifiées et les puissances calculées. Ce sont des valeurs non nulles en raison d'une erreur dans les valeurs  $|V|$  et  $\delta$ . Dans le cas des bus PQ, Dans le cas des bus PQ, les puissances spécifiées en plus des puissances calculées sont disponibles et les écarts des puissances peuvent être déterminés. Cependant, pour le bus balancier, il est impossible de les déterminer car les puissances spécifiées ne sont pas disponibles.

Compte tenu de ce qui précède, les équations (3.70) et (3.71) peuvent être modifiées comme suit :

$$\Delta P_i = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial \delta_n} \Delta \delta_n + \frac{\partial P_i}{\partial |V_2|} \Delta |V_2| + \dots + \frac{\partial P_i}{\partial |V_n|} \Delta |V_n| \quad (3.72)$$

$$\Delta Q_i = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_n} \Delta \delta_n + \frac{\partial Q_i}{\partial |V_2|} \Delta |V_2| + \dots + \frac{\partial Q_i}{\partial |V_n|} \Delta |V_n| \quad (3.73)$$

Pour  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Les équations ci-dessus peuvent être écrites comme suit :

$$\Delta P_i = \sum_{j=2}^n \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=2}^n \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| \quad (3.74)$$

$$\Delta Q_i = \sum_{j=2}^n \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=2}^n \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \Delta |V_j| \quad \text{for } i = 2, 3, \dots, n \quad (3.75)$$

Pour un système électrique n-bus, les équations (3.74) et (3.75) peuvent être écrites sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^k \\ \vdots \\ \Delta P_n^k \\ \Delta Q_2^k \\ \vdots \\ \Delta Q_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^k}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_2^k}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^k}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_n^k}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^k}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_2^k}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^k}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_n^k}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(k)} \\ \Delta |V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n^{(k)}| \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

$k$  : Le nombre d'itération.

La forme condensée de l'équation (3.76) est :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

Pour les nœuds générateurs, les modules de tension sont connus. Par conséquent, si  $m$  bus du système sont des nœuds générateurs,  $m$  équations comportant  $Q$  et  $V$  et les colonnes correspondantes de la matrice jacobéenne sont éliminées. En conséquence, il y a  $(n - 1)$  contraintes de puissance active et  $(n - 1 - m)$  contraintes de puissance réactive, et la matrice jacobéenne est d'ordre  $(2n - 2 - m) (2n - 2 - m)$ .  $J_1$  est d'ordre  $(n-1) (n-1)$ ,  $J_2$  est d'ordre  $(n-1) (n - 1 - m)$ ,  $J_3$  est d'ordre  $(n - 1 - m) (n - 1)$ ,  $J_4$  est d'ordre  $(n - 1 - m) (n - 1 - m)$ .

Les éléments de la diagonal et hors la diagonal de  $J_1$  :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad i \neq j \quad (3.79)$$

Les éléments de la diagonal et hors la diagonal de  $J_2$  :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad i \neq j \quad (3.81)$$

Les éléments de la diagonal et hors la diagonal de  $J_3$  :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j \neq i} |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad i \neq j \quad (3.83)$$

Les éléments de la diagonal et hors la diagonal de  $J_4$  :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i| |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} - \sum_{j \neq i} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (3.84)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad i \neq j \quad (3.85)$$

Les termes  $\Delta P_i^{(k)}$  et  $\Delta Q_i^{(k)}$  sont la différence entre les valeurs fixées et calculées. Donnée par :

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \quad (3.86)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \quad (3.87)$$

Les nouvelles estimations des nœuds générateurs sont :

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)} \quad (3.88)$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta|V_i^{(k)}| \quad (3.89)$$

### - Algorithme de Newton Raphson

Soit le système électrique composé d'un nombre total de n bus.

Le bus 1 est un bus balancier.

Les autres bus sont des bus PV et PQ.

L'algorithme de la méthode NR est le suivant :

**Étape 1 :** Lire les données de ligne et les données de bus du système donné.

**Étape 2 :** Utiliser les données de ligne pour former  $Y_{BUS}$ .

**Étape 3 :** Au début utilisez les valeurs les initiales des amplitudes de tension du bus et des angles de phase.

$$V_i^{(0)} = 1 \text{ P.U pour } i = x + 2, x + 3 \dots, n \text{ et } \delta_i = 0 \text{ rad pour } i = 2, 3 \dots, n.$$

**Étape 4 :** Calculez  $P_i$  (pour les bus  $i = 2, 3, \dots, n$ ) en utilisant l'équation (4.18) et  $Q_i$  (pour les bus  $i = x + 2, x + 3, \dots, n$ ) en utilisant l'équation (4.19) :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| Y_{ij} \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

Lors du calcul de ces puissances, utilisez les valeurs les plus récemment mises à jour des amplitudes de tension des bus et des angles de phase.

**Étape 5 :** Vérifiez  $Q_i$  pour les bus PV. Si  $Q_i$  est dans les limites, passez à l'étape 6 sinon :

$$Q_i = \begin{cases} Q_i^{\min} & \text{si } Q_i \leq Q_i^{\min} \\ Q_i^{\max} & \text{si } Q_i \geq Q_i^{\max} \\ Q_i & \text{si } Q_i^{\min} < Q_i < Q_i^{\max} \end{cases}$$

Il est possible de contrôler le  $|V_i|$  par  $Q_i$ . Pendant le processus d'itération, si  $Q_i$  viole les limites prescrites, elle est ramenée aux limites prescrites, elle est fixée à  $Q_{i, \min}$  ou  $Q_{i, \max}$  selon le cas et le bus PV doit être traité comme un bus PQ au cours de cette itération, revenez à l'étape-3.

**Étape 6 :** Calculez les écarts de puissance selon les équations (3.75) et (3.76) :

$$\begin{aligned}\Delta P_i^{(k)} &= P_i^{sch} - P_i^{(k)}c \\ \Delta Q_i^{(k)} &= Q_i^{sch} - Q_i^{(k)}c\end{aligned}$$

Où les exposants 'sch' désignent la valeur spécifiée, k est le numéro d'itération actuel et c désigne la valeur calculée. L'indice i désigne le numéro de bus.

**Étape 7 :** Calculer les éléments de la matrice Jacobéenne en utilisant les équations (3.78) au (3.85).

**Étape 8 :** calculez la matrice de l'équation (3.90) :

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{k-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^k \quad (3.90)$$

**Étape 9 :** Mettez à jour les amplitudes de tension et les angles de phase en utilisant les équations (3.88) et (3.89) :

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)}$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta|V_i^{(k)}|$$

**Étape 10 :** Vérifiez la convergence :

$$\Delta|V_i| = |V_i|^{k+1} - |V_i|^k \leq \epsilon \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned}\Delta\delta_i &= \delta_i^{k+1} - \delta_i^k \leq \epsilon \\ i &= x+2, x+3, \dots, n\end{aligned} \quad (3.92)$$

Où,  $\epsilon$  est l'erreur spécifiée. Si toutes les conditions de convergence sont satisfaites, passez à l'étape 11, sinon passez à l'étape 3 et démarrez l'itération suivante.

**Étape 11 :** À l'aide des valeurs spécifiées et convergées des tensions de bus et des angles de phase, calculez les puissances injectées pour le bus balancier et les puissances réactives injectées pour les bus PV.

**Étape 12** : Calculez l'écoulement et les pertes dans les lignes en utilisant l'équation (3.49).

**Étape 13** : FIN.

**B) Méthode NR lorsque les tensions de bus sont exprimées sous forme rectangulaire**

Dans cette méthode, les tensions de bus sont exprimées sous la forme rectangulaire :

$$V_k = |V_k| \angle \delta_k = a_k + jb_k \text{ for } k = 1, 2, \dots, n.$$

Les P et Q injectés de chaque bus sont en fonction de toutes les tensions de bus et peuvent être écrites sous la forme :

$$P_i = f_1(a, b) \quad (3.93)$$

$$Q_i = f_2(a, b) \quad (3.94)$$

Les écarts des équations des puissances peuvent être écrits comme suit :

$$\Delta P_i = \sum_{k=2}^n \frac{\partial P_i}{\partial a_k} \Delta a_k + \sum_{k=2}^n \frac{\partial P_i}{\partial b_k} \Delta b_k \quad (3.95)$$

$$\Delta Q_i = \sum_{k=2}^n \frac{\partial Q_i}{\partial a_k} \Delta a_k + \sum_{k=2}^n \frac{\partial Q_i}{\partial b_k} \Delta b_k \quad (3.96)$$

Les équations (3.95) et (3.96) peuvent être représentées sous la forme d'une matrice comme :

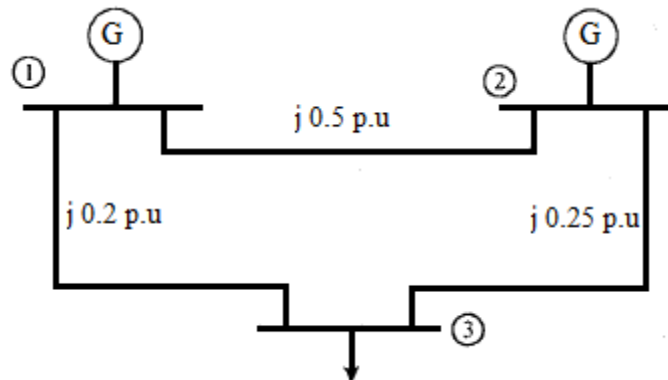
$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^1 & N^1 \\ J^1 & L^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

Les sous-matrices  $H^1$ ,  $N^1$ ,  $J^1$  et  $L^1$  sont similaires à  $H$ ,  $N$ ,  $J$  et  $L$  comme décrit précédemment. De plus, l'algorithme de cette méthode est similaire à l'algorithme de la méthode de Newton-Raphson, sauf que les éléments jacobéens sont évalués différemment. La version rectangulaire est moins fiable que la version polaire, bien qu'elle soit légèrement plus rapide en convergence. Par conséquent, la version rectangulaire est rarement utilisée.

### Exemple 3.2

Considérons le système électrique à 3 bus de la figure ci dessous. Toutes les données sont en p.u, Les données sont comme suit :

$$V_1 1.0 / 0^\circ \text{ p.u.}, |V_2| = 1.0 \text{ p.u.}, P_2 = 0.6 \text{ p.u.}, P_3 = -0.8 \text{ p.u.}, Q_3 = -0.6.$$



### Solution

-La matrice d'admittance

$$Y_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} -j7 & j2 & j5 \\ j2 & -j5 & j4 \\ j5 & j4 & -j9 \end{bmatrix}$$

-Les conditions initiales

$$\begin{bmatrix} \delta_2^{(0)} \\ \delta_3^{(0)} \\ |V_3|^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

-L'équation de l'écoulement de puissance

L'expression des puissances en coordonnées polaires :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

-L'équation de l'écoulement de puissance pour les nœuds PQ et PV

$$P_2 = |V_2| |V_1| |Y_{21}| \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2| |V_3| |Y_{23}| \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) +$$

$$|V_1||V_1||Y_{11}| \cos(\theta_{11} - \delta_1 + \delta_1) = 0 \text{ pu}$$

$$P_3 = |V_3||V_1||Y_{31}| \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{32}| \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) +$$

$$|V_3||V_3||Y_{33}| \cos(\theta_{33} - \delta_3 + \delta_3) = 0$$

$$Q_3 = -|V_3||V_1||Y_{31}| \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - |V_3||V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) -$$

$$|V_3||V_3||Y_{33}| \sin(\theta_{33} - \delta_3 + \delta_3)$$

$$Q_3 = -|1||1||5| \sin(90 - 0 + 0) - |1||1||4| \sin(90 - 0 + 0) -$$

$$|1||1||9| \sin(-90 - 0 + 0) = 0 \text{ pu}$$

-Les éléments de la matrice jacobéenne

Sont obtenus en prenant des dérivées partielles des équations données par rapport à  $\delta_2, \delta_3$  et  $|V_3|$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{21}| \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}| \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$= |1||1||2| \sin(90 - 0 + 0) + |1||1||4| \sin(90 - 0 + 0) = 6 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -|V_2||V_3||Y_{23}| \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$= -|1||1||4| \sin(90 - 0 + 0) = -4 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} = |V_2||Y_{23}| \cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$= |1||4| \cos(90 - 0 + 0) = 0 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -|V_3||V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$= -|1||1||4| \sin(90 - 0 + 0) = -4 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = |V_3||V_1||Y_{31}| \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$= |1||1||5| \sin(90 - 0 + 0) + |1||1||4| \sin(90 - 0 + 0) = 9 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} = |V_1||Y_{31}| \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_2||Y_{32}| \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) + 2|V_3||Y_{33}| \cos(\theta_{33})$$

$$= |1||5| \cos(90 - 0 + 0) + |1||4| \cos(90 - 0 + 0) + 2|1||9| \cos(-90) = 0 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -|V_3||V_2||Y_{32}| \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$= -|1||1||4| \cos(90 - 0 + 0) = 0 \text{ pu}$$



$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = |V_3||V_1||Y_{31}| \cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{32}| \cos(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$= |1||1||5| \cos(-90 - 0 + 0) + |1||1||4| \cos(90 - 0 + 0) = 0 \text{ pu}$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} = -|V_1||Y_{31}| \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - |V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) - 2|V_3||Y_{33}| \sin(\theta_{33})$$

$$= -|1||5| \sin(90 - 0 + 0) - |1||4| \sin(90 - 0 + 0) - 2|1||9| \sin(-90) = 9 \text{ pu}$$

-L'écart de puissance

C'est la différence entre la puissance spécifiée et la puissance calculée (la charge avec un signe -).

$$\Delta P_2^0 = P_2^{ch} - P_2^0 = 0.6 - 0 = 0.6 \text{ pu}$$

$$\Delta P_3^0 = P_3^{ch} - P_3^0 = -0.8 - 0 = -0.8 \text{ pu}$$

$$\Delta Q_3^0 = Q_3^{ch} - Q_3^0 = -0.6 - 0 = -0.6 \text{ pu}$$

-La matrice Jacobéenne :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^0 \\ \Delta P_3^0 \\ \Delta Q_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\Delta P_2}{\Delta \delta_2}\right)^0 & \left(\frac{\Delta P_2}{\Delta \delta_3}\right)^0 & \left(\frac{\Delta P_2}{\Delta |V_3|}\right)^0 \\ \left(\frac{\Delta P_3}{\Delta \delta_2}\right)^0 & \left(\frac{\Delta P_3}{\Delta \delta_3}\right)^0 & \left(\frac{\Delta P_3}{\Delta |V_3|}\right)^0 \\ \left(\frac{\Delta Q_3}{\Delta \delta_2}\right)^0 & \left(\frac{\Delta Q_3}{\Delta \delta_3}\right)^0 & \left(\frac{\Delta Q_3}{\Delta |V_3|}\right)^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^0 \\ \Delta \delta_3^0 \\ \Delta V_3^0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.8 \\ -0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 0 \\ -4 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^0 \\ \Delta \delta_3^0 \\ \Delta V_3^0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^0 \\ \Delta \delta_3^0 \\ \Delta V_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 0 \\ -4 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.8 \\ -0.6 \end{bmatrix}$$

$$\delta_2^1 = \delta_2^0 + \Delta \delta_2^0 = 0 + 0.0578 = 0.0578 \text{ rad} = 3.317^\circ$$

$$\delta_3^1 = \delta_3^0 + \Delta \delta_3^0 = 0 + (-0.0632) = -0.0632 \text{ rad} = -3.619^\circ$$

$$|V_3|^1 = |V_3|^0 + \Delta |V_3|^0 = 1 + (-0.0667) = 0.9333 \text{ pu}$$

$$P_1^0 = |V_1||V_2||Y_{12}| \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) + |V_1||V_3||Y_{13}| \cos(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3) +$$

$$|V_1||V_1||Y_{11}| \cos(\theta_{11} - \delta_1 + \delta_1) = 0 \text{ pu}$$

$$Q_1^0 = -|V_1||V_2||Y_{12}| \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) - |V_1||V_3||Y_{13}| \sin(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3) -$$

$$|V_1||V_1||Y_{11}| \sin(\theta_{11} - \delta_1 + \delta_1) = 0 \text{ pu}$$

$$Q_3^0 = -|V_3||V_1||Y_{31}| \sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - |V_3||V_2||Y_{32}| \sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) -$$

$$|V_3||V_3||Y_{33}| \sin(\theta_{33} - \delta_3 + \delta_3) = 0 \text{ pu}$$

Continuez le calcul jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Ci-dessous le résultat trouvé par la programmation en Matlab pour quatre itérations

the solution with Newthton-raphson method  
 Maximum Voltage Mismatch = 0.0666667  
 No. of Iterations = 1

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.000	3.317	0.000	0.000	60.000	0.000	0.000
3	0.933	-3.619	80.000	60.000	0.000	0.000	0.000
Total			80.000	60.000	60.000	0.000	0.000

Line Flow and Losses

--Line--		Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
1		0.000	0.000	0.000			
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2		60.000	0.000	60.000			
	1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
3		-80.000	-60.000	100.000			
	1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
Total loss					0.000	0.000	

the solution with Newthton-raphson method  
 Maximum Voltage Mismatch = 0.0105314  
 No. of Iterations = 2

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.000	0.000	0.000	0.000	17.882	34.599	0.000
2	1.000	3.467	0.000	0.000	60.000	29.734	0.000
3	0.923	-3.984	80.000	60.000	0.000	0.000	0.000
Total			80.000	60.000	77.882	64.333	0.000

### Line Flow and Losses

--Line--		Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer
from	to	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	tap
1		17.882	34.599	38.947			
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2		60.000	29.734	66.963			
	1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
3		-80.000	-60.000	100.000			
	1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
Total loss					0.000	0.000	

the solution with Newthton-raphson method  
 Maximum Voltage Mismatch = 0.000164681  
 No. of Iterations = 3

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.000	0.000	0.000	0.000	19.966	40.080	0.000
2	1.000	3.468	0.000	0.000	60.000	34.362	0.000
3	0.923	-3.990	80.000	60.000	0.000	0.000	0.000
Total			80.000	60.000	79.966	74.442	0.000

Line Flow and Losses

--Line-- from to	Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer tap
	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	
1	19.966	40.080	44.778			
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2	60.000	34.362	69.143			
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
3	-80.000	-60.000	100.000			
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
Total loss				0.000	0.000	

Pour calculer l'écoulement dans les lignes et les pertes dans les lignes :

$$S_{12} = V_1 I_{12}^*$$

$$S_{21} = V_2 I_{21}^*$$

$$I_{21} = -I_{12}$$

$$P_{12 \text{ loss}} = P_{12} + P_{21}$$

$$Q_{12 \text{ loss}} = Q_{12} + Q_{21}$$

-Le calcul de l'écoulement dans les lignes et les pertes pour la 4 itération

$$P_{ik} = -|V_i|^2 |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik}) + |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik} - \delta_i + \delta_k)$$

$$Q_{ik} = |V_i|^2 |Y_{ik}| \sin(\theta_{ik}) - |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \sin(\theta_{ik} - \delta_i + \delta_k)$$

$$P_{12 \text{ loss}} = P_{12} + P_{21}$$

$$Q_{12 \text{ loss}} = Q_{12} + Q_{21}$$

$$P_{12} = -|V_1|^2 |Y_{12}| \cos(\theta_{12}) + |V_1| |V_2| |Y_{12}| \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$= - (1.00)^2 \times 2 \cos(90^\circ) + 1.00 \times 1.00 \times 0 \times 22.36 \cos(90^\circ - 0^\circ + 3.468^\circ) = \mathbf{-0.12098 \text{ pu}}$$

$$P_{21} = -|V_2|^2 |Y_{21}| \cos(\theta_{21}) + |V_2| |V_1| |Y_{21}| \cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1)$$

$$= - (1.00)^2 \times 2 \cos(90^\circ) + 1.00 \times 1.00 \times 0 \times 22 \cos(90^\circ - 3.468^\circ + 0^\circ) = \mathbf{0.12098 \text{ pu}}$$

$$P_{12 \text{ loss}} = P_{12} + P_{21} = -12.098 + 12.098 = \mathbf{0 \text{ pu}}$$

$$Q_{ik} = |V_i|^2 |Y_{ik}| \sin(\theta_{ik}) - |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \sin(\theta_{ik} - \delta_i + \delta_k)$$

$$Q_{12} = |V_1|^2 |Y_{12}| \sin(\theta_{12}) - |V_1| |V_2| |Y_{12}| \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$

$$= (1.00)^2 \times 2 \sin(90^\circ) - 1.00 \times 1.00 \times 2 \sin(90^\circ - 0 + 3.468^\circ) = \mathbf{0.00366 \text{ pu}}$$

$$Q_{21} = |V_2|^2 |Y_{21}| \sin(\theta_{21}) - |V_2| |V_1| |Y_{21}| \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1)$$

$$= (1.00)^2 \times 2 \sin(90^\circ) - 1.00 \times 1.00 \times 2 \sin(90^\circ - 3.468^\circ + 0) = \mathbf{0.00366 \text{ pu}}$$

$$Q_{12 \text{ loss}} = Q_{12} + Q_{21} = 0.366 + 0.366 = \mathbf{0.00732 \text{ pu}}$$

$$S_{12} = \sqrt{P_{12}^2 + Q_{12}^2} = \sqrt{(12.098)^2 + (0.366)^2} = \mathbf{0.00121035 \text{ pu}}$$

-La puissance au niveau du nœud de référence

$$P_1^4 = |V_1| |V_2| |Y_{12}| \cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) + |V_1| |V_3| |Y_{13}| \cos(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3) +$$

$$|V_1| |V_1| |Y_{11}| \cos(\theta_{11} - \delta_1 + \delta_1)$$

$$P_1^4 = |1| |1| |2| \cos(90 - 0 + 3.468) + |1| |0.923| |5| \cos(90 - 0 - 3.99) +$$

$$|1| |1| |90| \cos(-90 - 0 + 0) = \mathbf{0.20014 \text{ pu}}$$

$$Q_1^4 = -|V_1| |V_2| |Y_{12}| \sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) - |V_1| |V_3| |Y_{13}| \sin(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3) -$$

$$|V_1| |V_1| |Y_{11}| \sin(\theta_{11} - \delta_1 + \delta_1)$$

$$Q_1^4 = -|1| |1| |2| \sin(90 - 0 + 3.468) - |1| |0.923| |5| \sin(90 - 0 - 3.99) -$$

$$|1| |1| |7| \sin(-90 - 0 + 0) = \mathbf{0.4000 \text{ pu}}$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = \sqrt{(20.014)^2 + (40)^2} = \mathbf{0.4472 \text{ pu}}$$

-La puissance réactive au niveau du nœud 2 (PV)

$$Q_2^4 = -|V_2| |V_1| |Y_{21}| \sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - |V_2| |V_3| |Y_{23}| \sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) -$$

$$|V_2| |V_2| |Y_{22}| \sin(\theta_{22} - \delta_2 + \delta_2)$$

$$Q_2^4 = -|1| |1| |2| \sin(90 - 3.468 + 0) - |1| |0.923| |4| \sin(90 - 3.468 - 3.99) -$$

$$|1| |1| |6| \sin(-90 - 3.468 + 3.468) = \mathbf{0.34289 \text{ pu}}$$

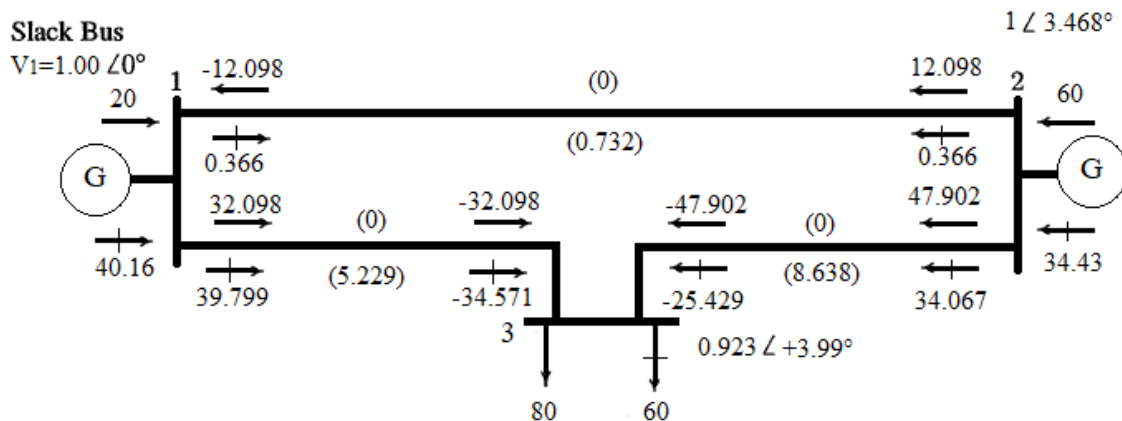
the solution with newthon raphson method  
 Maximum Voltage Mismatch = 3.85414e-08  
 No. of Iterations = 4

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load-----		---Generation---		Injected Mvar
			MW	Mvar	MW	Mvar	
1	1.000	0.000	0.000	0.000	20.000	40.166	0.000
2	1.000	3.468	0.000	0.000	60.000	34.433	0.000
3	0.923	-3.990	80.000	60.000	0.000	0.000	0.000
Total			80.000	60.000	80.000	74.599	0.000

Line Flow and Losses

--Line-- from to	Power at bus & line flow			--Line loss--		Transformer tap
	MW	Mvar	MVA	MW	Mvar	
1	20.000	40.166	44.870			
	-12.098	0.366	12.104	0.000	0.732	
	32.098	39.799	51.130	0.000	5.229	
2	60.000	34.433	69.178			
	12.098	0.366	12.104	0.000	0.732	
	47.902	34.067	58.781	0.000	8.638	
3	-80.000	-60.000	100.000			
	-32.098	-34.571	47.175	0.000	5.229	
	-47.902	-25.429	54.233	0.000	8.638	
Total loss				0.000	14.599	

Selon les différents calculs obtenus ci-dessus le schéma de l'écoulement de puissance aura la forme suivante :



### 3.6.2.1. Comparaison des méthodes Gauss-Seidel et Newton-Raphson

	Point de comparaison	Méthode de GS	Méthode de NR
1	Complexité de la méthode	Beaucoup plus facile car il s'agit seulement des opérations arithmétiques	Plus complexe
2	Temps pour chaque itération	Moins	Environ 7 fois plus que la méthode GS
3	Type de coordonnées utilisées	Rectangulaire ou polaire	Les coordonnées polaires sont utilisées. La version rectangulaire est plus rapide en convergence, mais légèrement moins fiable que la version polaire
4	Type de convergence	Linéaire	Quadratique
5	Taux de convergence	Lent	Plus rapide
6	Précision de la méthode	Moins rapide	Plus rapide
7	Mémoire requise	Moins rapide	Plus rapide

### 3.6.3. Méthode de Newton Raphson découplée

La complexité des calculs à l'aide de la méthode de NR est simplifiée en considérant le comportement pratique du système électrique. Sachant que  $P - \delta$  et  $Q - V$  sont fortement couplés et  $P - V$  et  $Q - \delta$  sont faiblement couplés. En d'autres termes,  $P$  est insensible aux variations de  $V$  et  $Q$  est insensible aux variations de  $\delta$ . Mathématiquement on a :

$$\frac{dP}{d|V|} \cong \frac{dQ}{d\delta} \cong 0 \quad (3.98)$$

Compte tenu de l'effet ci-dessus, l'ensemble d'équations décrit dans l'équation (3.77) se modifie en :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

L'équation (3.94) est la forme linéarité de l'équation (3.77) :

$$\Delta P = \mathbf{H} \Delta \delta = \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right] \Delta \delta \quad (3.100)$$

$$\Delta Q = \mathbf{L} \Delta |V| = \left[ \frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \Delta |V| \quad (3.101)$$

L'équation (3.100) peut être utilisée pour trouver  $\Delta \delta$ . Les valeurs de  $\delta$  mises à jour sont utilisées dans l'équation (3.101) pour calculer  $\Delta |V|$ .

### A) Algorithme de Newton Raphson découplée

**Étape 1 :** Lire les données de ligne et les données de bus du système électrique donné.

Utilisation des données de ligne pour construire  $\mathbf{Y}_{\text{Bus}}$

Définir le nombre d'itérations  $k=0$ .

**Étape 2 :** Au début utilisez les valeurs initiales des amplitudes de tension de bus et des angles de phase.

**Étape 3 :** Calculez  $P_i$  pour les bus PV et PQ et  $Q_i$  pour les bus PQ en utilisant les  $k^{\text{ème}}$  d'itération des tensions et angles.

**Étape 4 :** Vérifiez les limites  $Q_{i,\min} \leq Q_i \leq Q_{i,\max}$  pour n nombre de bus PV. Si les limites sont satisfaites, passez à l'étape 5,

Sinon traitez le bus comme un bus PQ dans cette itération et passez à l'étape 3.

**Étape 5 :** Calculez les écarts de puissance  $\Delta P_i$  pour les bus PV et PQ et  $\Delta Q_i$  pour les bus PQ.

**Étape 6 :** Calculez les éléments de la matrice jacobéenne  $\mathbf{H}$  en utilisant les équations (3.78 et 3.79).

**Étape 7 :** Calculez  $\Delta \delta_i$  à partir de  $\Delta P_i = \mathbf{H} \Delta \delta_i$  pour  $i = 2, 3, 4, \dots, n$ .

**Étape 8 :** Mettez à jour les angles  $\delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta \delta_i^k$  pour  $i = 2, 3, 4, \dots, n$ .

**Étape 9 :** Calculez les éléments de la matrice jacobéenne  $\mathbf{L}$  en utilisant les équations (3.84) et (3.85).

**Étape 10 :** Calculer  $\frac{\Delta |V_i|^k}{|V_i|^k}$  pour  $\Delta Q_i^k = (\mathbf{L})^{(k)} \frac{\Delta |V_i|^k}{|V_i|^k}$

**Étape 11 :** Mettre à jour l'amplitude des tensions de bus.  $|V_i|^{k+1} = |V_i|^k + \frac{\Delta |V_i|^k}{|V_i|^k} |V_i|^{(k)}$

**Étape 12 :** Vérifier la convergence  $\begin{cases} \delta_i^{k+1} - \delta_i^k \leq \varepsilon \text{ pour } i = 2, 3, 4, \dots, n \\ |V_i|^{k+1} - |V_i|^k \leq \varepsilon \text{ pour } i = x + 2, x + 3, \dots, n \end{cases}$

Si toutes les conditions de convergence sont satisfaites, passez à l'étape 13, sinon incrémentez le nombre d'itérations et passez à l'étape 3.



**Étape 13 :** Calculez les puissances du bus balancier et les valeurs finales des puissances réactives pour les bus PV.

**Étape 14 :** Calculez l'écoulement et les pertes dans les lignes en utilisant l'équation (3.49).

**Étape 15 :** FIN.

### 3.6.4. Méthode Découplé rapide

La méthode de Newton découplée est une version simplifiée de la méthode NR, tandis que la méthode de découplage rapide est une version simplifiée de la méthode découplée. Dans cette méthode, les calculs de l'écoulement de puissance peuvent être effectués plus rapidement en faisant des hypothèses appropriées. [90]

-Hypothèse 1 : Négligez les différences d'angle  $(\delta_i - \delta_j)$  tel que  $\cos(\delta_i - \delta_j) \cong 1$

et  $\sin(\delta_i - \delta_j) \cong 0$ .

-Hypothèse 2 : Les réseaux électriques sont généralement constitués d'un long réseau de transport où le rapport X/R est très élevé. Par conséquent, la résistance des éléments individuels est négligée par rapport aux valeurs de la réactance. En d'autres termes,  $G_{ik}$  peut être ignoré si  $G_{ij} \ll B_{ij}$

Compte tenu de l'hypothèse 2, observez les simplifications suivantes :

$$G_{ij}(\delta_i - \delta_j) \ll B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \ll B_{ij}$$

En général, la valeur de  $Q_i$  est beaucoup plus petite que  $B_{ii} |V_{ii}|^2$

$$Q_i \ll B_{ii} |V_i|^2$$

Compte tenu des simplifications ci-dessus, les éléments jacobéens se modifient comme suit :

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -B_{ii} |V_i|^2 \quad (3.102a)$$

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (3.102b)$$

$$L_{ii} = |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -B_{ii} |V_i|^2 \quad (3.102c)$$

$$L_{ij} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i| |V_j| B_{ij} \quad (3.102d)$$

A partir des équations ci-dessus, les relations suivantes peuvent être représentées parmi les éléments jacobéens :

$$H_{ii} = L_{ii} = -B_{ii}|V_i|^2 = -|V_i||V_i|B_{ii} \quad (3.103a)$$

$$H_{ij} = L_{ij} = -|V_i||V_j|B_{ij} \quad (3.103b)$$

Rappel des équations de l'écoulement de puissance de la méthode découplée :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix}$$

D'après l'équation (3.103), les matrices ci-dessus peuvent être écrites comme suit :

$$\Delta P_i = \sum_{j=2}^n -[|V_i||V_j|B_{ij}]\Delta \delta_j \quad (j = 2, \dots, n) \quad (3.104)$$

L'équation (3.104) peut s'écrire :

$$\sum_{k=2}^n -B_{ik} |V_k| \Delta \delta_k = \frac{\Delta P_i}{|V_i|} \quad (3.105)$$

Réglage  $|V_k|=1$  p.u. Dans l'équation (3.105), il peut être écrit comme suit :

$$\frac{\Delta P_i}{|V_i|} = \sum_{k=2}^n -B_{ik} \Delta \delta_k \quad (3.106)$$

Aussi, à partir de  $\Delta Q = L \cdot \frac{\Delta |V|}{|V|}$

Le terme généralisé peut s'écrire ainsi :

$$\Delta Q_i = \sum_{k=x+2}^n -B_{ik} \Delta |V_k| \quad (\text{For } k = x+2, x+3, \dots, n \text{ pour les noeuds PQ}) \quad (3.107)$$

Les équations (3.106) et (3.107) peuvent être écrites sous la forme condensée :

$$[B'][\Delta\delta] = \left[ \frac{\Delta P}{|V|} \right] \quad (3.108)$$

$$[B''][\Delta V] = \left[ \frac{\Delta Q}{|V|} \right] \quad (3.109)$$

Les équations (3.108) et (3.109),

$B'$  est la matrice de susceptance ayant les éléments  $-B_{ik}$  (pour  $i = 2, 3, \dots, n$  et  $k = 2, 3, \dots, n$ ).

$B''$  fait partie de la matrice de susceptance ayant les éléments  $-B_{ik}$  (pour  $i = x+2, x+3, \dots, n$  et  $k = x+2, x+3, \dots, n$ ) correspondant aux bus PQ.

Remarque : Il est conseillé à l'étudiant de passer par des problèmes numériques pour une meilleure compréhension de l'extraction des matrices  $B'$  et  $B''$  de  $Y_{Bus}$ .

#### A) Algorithme de découplée rapide

L'algorithme de résolution de l'écoulement de puissance par la méthode découplée rapide est présenté ci-dessous :

**Étape 1 :** Saisissez les données des lignes et des bus du système électrique. Définir le nombre d'itérations  $r = 0$ .

**Étape 2 :** Formez  $Y_{Bus}$  et extraire les matrices  $B'$  et  $B''$ .

**Étape 3 :** Supposer que  $\delta_i^0 = 0$  radians pour  $i = 2, 3, \dots, n$  et  $|V_i|^0$  p.u pour  $x+2, x+3, \dots, n$  PQ bus.

**Étape 4 :** Calculer  $P_i^{(r)}$  et  $\Delta P_i^{(r)}$  pour  $i = 2, 3, \dots, n$ .

**Étape 5 :** Calculer  $\delta_i^{(r)}$  pour  $i = 2, 3, \dots, n$  en utilisant l'équation (3.108) c'est-à-dire :

$$[B'][\Delta\delta] = \left[ \frac{\Delta P}{|V|} \right]$$

**Étape 6 :** Modifier  $\Delta\delta_i^{(r+1)}$  et obtenir  $(r+1)^{\text{ème}}$  valeur d'itération de  $\delta_i$  comme :

$$\delta_i^{(r+1)} = \delta_i^{(r)} + \Delta\delta_i^{(r)}$$

**Étape 7 :** Calculez le  $Q_i^{(r)}$  pour  $i = 2, 3, \dots, n$ . et  $\Delta Q_i^{(r)}$  pour  $i = x+2, x+3, \dots, n$ .

**Étape 8 :** Vérifiez  $Q_i^{(r)}$  pour les limites des bus PV. Si la condition est satisfaite, passez à l'étape 8, sinon traitez le bus comme bus PQ et passez à l'étape 3.

**Étape 9 :** Calculez  $|V_i|$  pour  $i = x + 2, x + 3, \dots, n$  en utilisant l'Eq. (3.109) c'est-à-dire

$$[B''][\Delta V] = \left[ \frac{\Delta Q}{|V|} \right]$$

**Étape 10 :** Modifiez  $|V_i|^{r+1}$  pour les bus PQ en utilisant l'itération calculé à partir de l'étape-9.

$$|V_i|^{r+1} = |V_i|^r + \frac{\Delta |V_i|^r}{|V_i|^r} \cdot |V_i|^r \text{ for } i = x + 2, x + 3, \dots, n$$

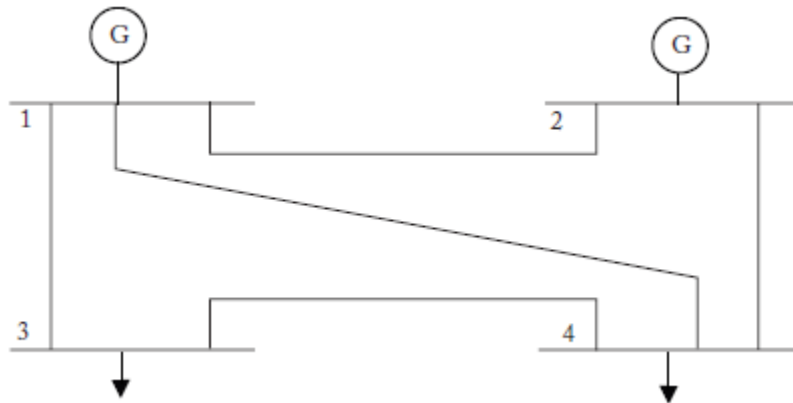
**Étape 11 :** Vérifier la convergence

$$Abs(\delta_i^{r+1} - \delta_i^r) \leq \epsilon \text{ for } i = 2, 3, \dots, n.$$

$$|V_i|^{r+1} - |V_i|^r \leq \epsilon \text{ for } i = x + 2, x + 3, \dots, n$$

### Exemple 3.3 [90]

Considérons le système électrique à 4 bus de la figure ci-dessous. Les données des lignes et les données des bus sont données dans les tableaux ci-dessous. Toutes les données sont en p.u,



Ligne	Bus/Bus	Impédance de la ligne en P.U
1	1-2	$0.07 + j0.15$
2	1-3	$0.06 + j0.1$
3	1-4	$0.08 + j0.25$
4	2-4	$0.04 + j0.1$
5	3-4	$0.04 + j0.2$

Bus	Puissance		Tension		Remarque
	$P_i$	$Q_i$	$V_i$	$\delta_i$	
1	-	-	1.05	0	Slack
2	-0.4	-0.15	1.0	-	PV
3	-0.5	-0.4	-	-	PQ
4	-0.7	-0.2	-	-	PQ

### Solution

-La matrice du composant imaginaire B de  $Y_{Bus}$

$$G = \begin{bmatrix} 8.127 & -2.554 & -4.411 & -1.1611 \\ -2.554 & 6.003 & 0 & -3.498 \\ -4.411 & 0 & 5.373 & -0.961 \\ -1.1611 & -3.448 & -0.961 & 5.507 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -16.45 & 5.474 & 7.352 & 3.62 \\ 5.474 & -14.09 & 0 & 8.62 \\ 7.352 & 0 & -12.16 & 4.807 \\ 3.628 & 8.62 & 4.807 & -17.056 \end{bmatrix}$$

-Les matrices B' et B'' sont données ci-dessous :

$$B' = \begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} & -B_{24} \\ -B_{32} & -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{42} & -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.09 & 0 & -8.62 \\ 0 & 12.16 & -4.807 \\ -8.62 & -4.807 & 17.056 \end{bmatrix}$$

$$B'' = \begin{bmatrix} -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.16 & -4.807 \\ -4.807 & 17.056 \end{bmatrix}$$

-Les angles de phase peuvent être calculés comme

$$[B'] \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2/V_2 \\ \Delta P_3/V_3 \\ \Delta P_4/V_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.09 & 0 & -8.62 \\ 0 & 12.16 & -4.807 \\ -8.62 & -4.807 & 17.056 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.2267 \\ -0.28045 \\ 0.4674 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.04674 \\ -0.00325 \\ 0.0501 \end{bmatrix}$$

-Les amplitudes de tension de bus peuvent être calculées comme suit

$$\begin{bmatrix} -B_{33} & -B_{34} \\ -B_{43} & -B_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_3/V_3 \\ \Delta Q_4/V_4 \end{bmatrix}$$

-En remplaçant les valeurs numériques dans les matrices

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 12.16 & -4.807 \\ -4.807 & 17.056 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.0334 \\ -0.0192 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.00359 \\ -0.00213 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

-Les angles de phase et les tensions mis à jour sont

$$\delta_2^{(1)} = 0.04674 \text{ rad}$$

$$\delta_3^{(1)} = -0.00325 \text{ rad}$$

$$\delta_4^{(1)} = 0.0501 \text{ rad}$$

$$V_3^{(1)} = 0.99641 \text{ p.u}$$

$$V_4^{(1)} = 0.99787 \text{ p.u}$$

## Chapitre IV Planification et répartition optimale de puissance

### 4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous examinons les procédures et les pratiques de la planification des opérations du système électrique. Il est important de réaliser les objectifs de la planification des opérations comme l'opération économique (pour minimiser le coût total) et un fonctionnement sûr et fiable (pour respecter les contraintes d'exploitation de tous les équipements et pour alimenter toutes les charges sans interruption). Les implémentations et procédures spécifiques sont déterminées par la structure du système et la technologie disponible. Les progrès récents de la technologie informatique et des outils d'analyse pour l'analyse du fonctionnement des systèmes électriques ont considérablement affecté les procédures de la planification des opérations. Par exemple, dans le passé, l'objectif économique était atteint au stade de la planification. Le planificateur d'exploitation calculerait la répartition économique pour les charges électriques projetées et fournirait une liste des programmes d'exploitation de la production par rapport à la charge électrique. Ensuite, l'exploitant du réseau électrique utilisera cette liste pour faire fonctionner le système. Cependant, en fonctionnement réel, les conditions de charge du système et les unités disponibles peuvent être très différentes de celles supposées au stade de la planification. L'introduction de systèmes de gestion de l'énergie a permis d'optimiser le fonctionnement économique du système en temps réel. Des fonctions d'ordonnancement économique ont été intégrées dans le contrôle en temps réel des systèmes électriques. Des fonctions de sécurité ont également été intégrées dans le schéma de contrôle. L'intégration de ces fonctions a suivi un processus évolutif. La figure 4.1 capture les concepts de base associés à une telle intégration. La figure présente une structure hiérarchique de la façon dont les différents niveaux de fonctions de planification économique et de fonctions de sécurité sont exécutés et interagissent avec le contrôle de bas niveau des unités de production (contrôle automatique de la génération).

#### 4.1.1. Planification des ressources

L'objectif de cette fonction est de déterminer l'utilisation optimale des ressources énergétiques sur une période de temps relativement longue. Cette fonction est réalisée avec une série de progiciels de prévision et d'ordonnancement, dont les plus typiques sont :

- Prévision de charge à moyen terme.
- Planification de l'entretien.
- Gestion du carburant.
- Programmation hebdomadaire des unités hydroélectriques, hydro-pompe, et cycle combiné etc.

Les quantités déterminées avec le logiciel de planification des ressources sont :

- Prévision de charge électrique
- Unités disponibles pour la production (semaine par semaine)

- Carburant disponible
- Consommation d'énergie hydraulique allouée (semaine par semaine)
- Etc.

La fonction de planification des ressources est généralement exécutée sur une base annuelle ou saisonnière et elle est mise à jour (généralement chaque semaine) à mesure que les prévisions de charge et de disponibilité du carburant sont améliorées.

#### **a) Engagement des unités**

La fonction d'engagement des unités détermine heure par heure les unités de production engagées pour la production. Cette tâche est accomplie avec une série de programmes de prévision et d'analyse économique; les plus typiques sont :

- Prévision de charge à court terme.
- Répartition économique.
- Programmation horaire de l'énergie hydraulique et cycle combiné.
- Programmation horaire des centrales hydroélectriques de pompes
- Évaluation et planification des transactions.

Les quantités déterminées avec la fonction d'engagement unités sont :

- Prévision de la charge électrique à court terme - généralement sur une base horaire
- Unités en ligne heure par heure
- Unités en réserve tournante sur une base heure par heure
- Consommation horaire d'énergie hydraulique et cycle combiné
- Mode de fonctionnement des centrales sur une base horaire (c'est-à-dire en réserve tournante, au démarrage, etc.)
- Calendrier d'échange.
- Etc.

Typiquement, la fonction d'engagement d'unité est exécutée une fois par jour pendant une période d'une semaine et elle n'est mise à jour que lorsque cela est nécessaire, par exemple si des changements substantiels et imprévus se sont produits.

#### **b) Répartition économique**

Cette fonction implique une répartition économique pour déterminer les points de base économiques pour toutes les unités participant à la production ainsi déterminé à partir de la fonction planification d'ordre supérieur (engagement d'unité). Ces valeurs sont utilisées par la boucle de contrôle de génération automatique (AGC) pour contrôler les unités en temps réel,



réalisant ainsi un fonctionnement économique. Répartition économique est effectuée toutes les quelques minutes, généralement toutes les 5 minutes. De plus, un modèle linéaire de la répartition économique est calculé autour du point de fonctionnement actuel.

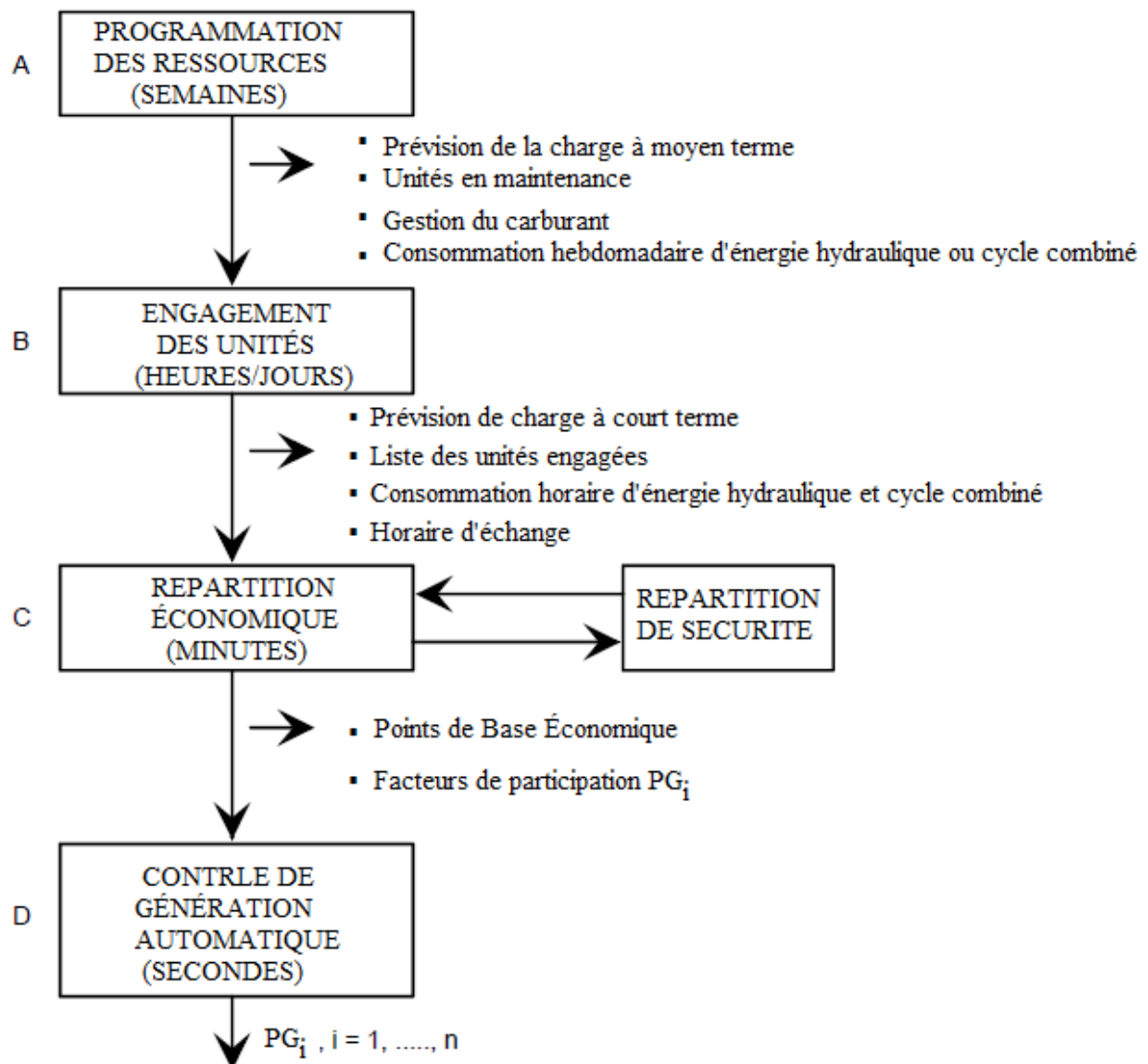


Figure 4.1 Programmation économique

Le modèle linéaire est utilisé par le contrôle de génération automatique dans l'intervalle de temps entre deux solutions de répartition économique. Dans les applications avancées, les pertes de transmission, les contraintes de transmission et le contrôle des prises de transformateur, des condensateurs, etc. sont intégrés dans l'algorithme de répartition économique résultant en ce que l'on appelle l'écoulement de puissance optimal. Les tendances récentes dictent l'intégration des fonctions de sécurité dans le processus de planification économique, ce qui entraîne ce que l'on appelle un écoulement de puissance optimal avec contrainte de sécurité.

### c) Contrôle de génération automatique

Cette fonction utilise les résultats de la répartition économique et d'autres fonctions de programmation telles que les programmes d'échange pour contrôler les unités de production. La mise en œuvre des fonctions de planification économique varie considérablement d'un

service public à l'autre. Les tendances récentes, à savoir la déréglementation, ont également eu un impact sur la mise en œuvre de ces fonctions. Plus précisément, les logiciels et le matériel évoluent pour répondre aux nouveaux besoins d'un environnement déréglementé avec de nombreux producteurs d'électricité sur le réseau avec des intérêts financiers concurrents.

#### 4.2. Coût d'exploitation d'une centrale thermique

Les facteurs influençant la production d'électricité à un coût minimum sont l'efficacité d'exploitation des générateurs, le coût du carburant et les pertes de transmission. Le générateur le plus efficace du système ne garantit pas un coût minimum car il peut être situé dans une zone où le coût du carburant est élevé. De plus, si la centrale est située loin du centre de charge, les pertes de transport peuvent être considérablement plus élevées et, par conséquent, la centrale peut être trop peu économique. Par conséquent, le problème est de déterminer la génération de différentes centrales de telle sorte que le coût total d'exploitation soit minimal. Le coût d'exploitation joue un rôle important dans l'ordonnancement économique et est discuté ici.

L'entrée de la centrale thermique est généralement mesurée en Btu/h et la sortie est mesurée en MW. Une courbe entrée-sortie simplifiée d'une unité thermique connue sous le nom de courbe de taux de chaleur est donnée à la figure 4.2 (a). Conversion de l'ordonnée du taux de chaleur.

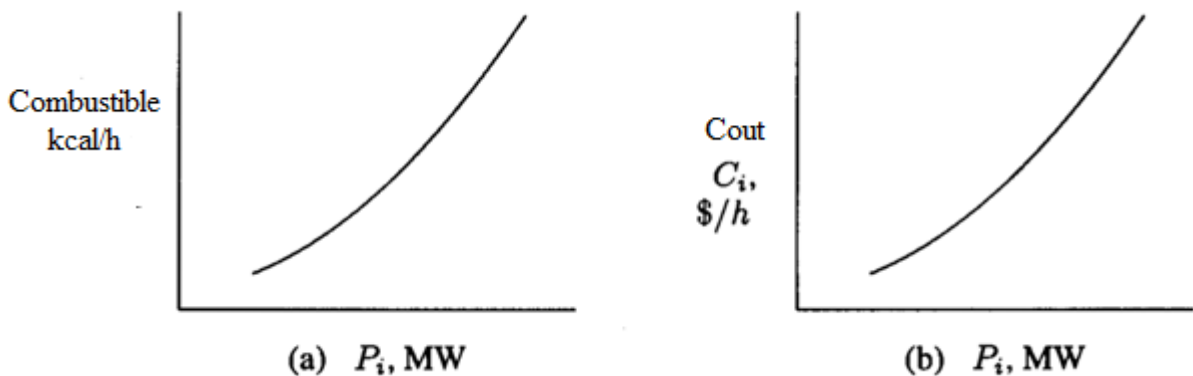


Figure 4.2. (a) Courbe de chaleur. (b) Courbe du coût du carburant.

La courbe de Btu/h à \$/h donne la courbe du coût du combustible présentée dans la figure 4.2 (b). Dans tous les cas pratiques, le coût du carburant du générateur  $i$  peut être représenté comme une fonction quadratique de la production de l'énergie active.

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \quad (4.1)$$

Une caractéristique importante est obtenue en traçant la dérivée de la courbe du coût du carburant en fonction de la puissance active. C'est ce qu'on appelle la courbe des coûts supplémentaires du carburant illustrée à la figure 4.2.

$$\frac{dC_i}{dP_i} = 2\gamma_i P_i + \beta_i \quad (4.2)$$

La courbe du coût supplémentaire du carburant est une mesure du coût de production du prochain incrément de puissance. Le coût total d'exploitation comprend le coût du carburant et le coût de l'exploitation, des fournitures et de la maintenance. Ces coûts sont supposés être un pourcentage fixe du coût du carburant et sont généralement inclus dans le calcul des coûts supplémentaires du carburant.

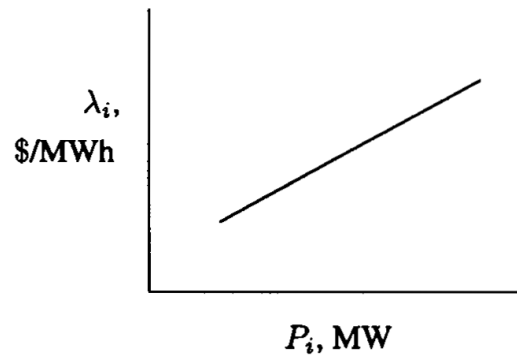


Figure 2.4. Courbe typique du coût supplémentaire du carburant

#### 4.3. Répartition économique en négligeant les pertes et les limites des générateurs

Le problème de la répartition économique le plus simple est le cas lorsque les pertes de ligne de transmission sont négligées. C'est-à-dire que le modèle du problème ne prend pas en compte la configuration du système et les impédances de ligne. Essentiellement, le modèle suppose que le système n'est qu'un seul bus avec toute la production et les charges qui y sont connectées, comme le montre schématiquement la figure 4.3.

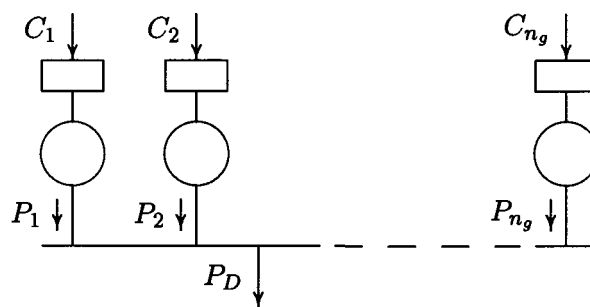


Figure 4.3. Productions connectées à un bus commun

Puisque les pertes de transmission sont négligées, la demande totale  $P_D$  est la somme de toute la production. Une fonction de coût  $C_i$  est supposée connue pour chaque centrale. Le problème est de trouver la production d'énergie réelle pour chaque centrale telle que la fonction objectif (c'est-à-dire le coût de production total) telle que définie par l'équation ci-dessous :

$$\begin{aligned}
C_t &= \sum_{i=1}^{n_g} C_i \\
&= \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2
\end{aligned}
\tag{4.3}$$

Sous la contrainte

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D
\tag{4.4}$$

Où  $C_t$  est le coût de production total,  $C_i$  est le coût de production de la  $i^{\text{ème}}$  centrale,  $P_i$  est la production de la  $i^{\text{ème}}$  centrale,  $P_D$  est la demande de charge totale et  $n_g$  est le nombre total de centrales de production de répartition.

Différents types de méthodes de calcul pour résoudre le problème d'optimisation de la répartition économique.

Méthode analytique.

Méthode itérative.

#### 4.3.1. Méthode analytique (Méthode de Lagrange)

Une approche typique consiste à augmenter les contraintes en fonction objectif en utilisant les multiplicateurs de Lagrange.

$$\mathcal{L} = C_t + \lambda \left( P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_i \right)
\tag{4.5}$$

Le minimum de cette fonction sans contrainte se trouve au point où les partiels de la fonction à ses variables sont nuls.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = 0
\tag{4.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0
\tag{4.7}$$

La première condition, donnée par l'équation (4.6), donne :

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda(0 - 1) = 0 \quad (4.8)$$

Puisque

$$C_t = C_1 + C_2 + \dots + C_{n_g}$$

Avec

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \quad (4.9)$$

Donc la condition d'une répartition optimale est :

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.10)$$

$$\beta_i + 2\gamma_i P_i = \lambda \quad (4.11)$$

La deuxième condition, donnée par l'équation (4.7) donne :

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D \quad (4.12)$$

L'équation (4.12) est précisément la contrainte d'égalité qui devait être imposée. En résumé, lorsque les pertes sont négligées sans limites de générateur, pour la plupart des opérations économiques, toutes les centrales doivent fonctionner à un coût de production supplémentaire égal tout en satisfaisant la contrainte d'égalité donnée par l'équation (4.12). Afin de trouver la solution, l'équation (4.11) est résolue pour  $P_i$

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \quad (4.13)$$

Les relations données par l'équation (4.13) sont appelées les équations de coordination ou la répartition économique. Ce sont des fonctions de  $\lambda$ . Une solution analytique peut être obtenue pour  $\lambda$  en substituant  $P_i$  dans l'équation (4.12), c'est-à-dire,

$$\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = P_D \quad (4.14)$$

$$\lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{n_g} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{n_g} \frac{1}{2\gamma_i}} \quad (4.15)$$

La valeur de  $\lambda$  trouvée à partir de l'équation (4.15) est substituée dans (4.13) pour obtenir l'ordonnancement optimal de la génération.

### Exemple 1.4

Considérons les fonctions du cout de carburant d'une centrale électrique à deux unités :

$$C_1 = 12 + 15P_1 + 0.03P_1^2 \text{ [$/h]}$$

$$C_2 = 13 + 17P_2 + 0.07P_2^2 \text{ [$/h]}$$

Calculez le cout supplémentaire de fonctionnement et le cout de total de la centrale pour une charge de 220 MW.

Cas (1) :  $P_1 = 105$  MW et  $P_2 = 115$  MW

Cas (2) :  $P_1 = 80$  MW et  $P_2 = 140$  MW

Solution :

a) Le cout supplémentaire de fonctionnement ( $P_1 = 105$  MW et  $P_2 = 115$  MW)

$$\lambda_1 = \frac{dC_1}{dP_1} = 15 + 0.06P_1 \Rightarrow \lambda_1 = 21.3 \text{ \$/MWh}$$

$$\lambda_2 = \frac{dC_2}{dP_2} = 17 + 0.14P_2 \Rightarrow \lambda_2 = 33.1 \text{ \$/MWh}$$

Le cout de total

$$C_1 = 12 + 15P_1 + 0.03P_1^2 = 12 + 15(105) + 0.03(105)^2 = 1917.8 \text{ \$/h}$$

$$C_2 = 13 + 17P_2 + 0.07P_2^2 = 13 + 17(115) + 0.07(115)^2 = 2893.8 \text{ \$/h}$$

$$C_T = C_1 + C_2 = 1917.8 + 2893.8 = 4811.6 \text{ \$/h}$$

b) Le cout supplémentaire de fonctionnement ( $P_1 = 80$  MW et  $P_2 = 140$  MW)

$$\lambda_1 = \frac{dC_1}{dP_1} = 15 + 0.06P_1 \Rightarrow \lambda_1 = 25.8 \text{ \$/MWh}$$

$$\lambda_2 = \frac{dC_2}{dP_2} = 17 + 0.14P_2 \Rightarrow \lambda_2 = 3336.6 \text{ \$/MWh}$$

Le cout de total

$$C_1 = 12 + 15P_1 + 0.03P_1^2 = 12 + 15(80) + 0.03(80)^2 = 2904 \text{ \$/h}$$

$$C_2 = 12 + 15P_2 + 0.03P_2^2 = 13 + 17(140) + 0.07(140)^2 = 3765 \text{ \$/h}$$

$$C_T = C_1 + C_2 = 2904 + 3765 = 6669 \text{ \$/h}$$

Cela implique qu'un coût supplémentaire de 1857.4 \$ est encouru pour chaque heure de fonctionnement avec ce réglage non optimal.

#### 4.3.2. Méthode itérative (Méthode du gradient)

La solution pour une répartition économique négligeant les pertes a été trouvée analytiquement. Cependant, lorsque les pertes sont prises en compte, les équations résultantes, comme on le voit à la section 4.5, sont non linéaires et doivent être résolues de manière itérative. Ainsi, une procédure itérative est introduite ici et l'équation (4.13) est résolue itérativement. Dans une technique de recherche itérative, commençant par deux valeurs de  $\lambda$ , une meilleure valeur de  $\lambda$  est obtenue par extrapolation, et le processus se poursuit jusqu'à ce qu'il se trouve dans une précision spécifiée. Cependant, comme mentionné précédemment, une solution rapide est obtenue par l'utilisation de la méthode du gradient. L'équation (4.14) s'écrit sous la forme suivante :

$$f(\lambda) = P_D \quad (4.16)$$

Le développement du côté gauche de l'équation ci-dessus dans le séries de Taylor's sur un point de fonctionnement  $\lambda^{(k)}$  et la négligence des termes d'ordre supérieur donnent :

$$f(\lambda)^{(k)} + \left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)} \Delta\lambda^{(k)} = P_D \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda^{(k)} &= \frac{\Delta P^{(k)}}{\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}} \\ &= \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \left(\frac{dP_i}{d\lambda}\right)^{(k)}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Donc,

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \frac{1}{2\gamma_i}} \quad (4.19)$$

Avec

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \quad (4.20)$$

$$\Delta P^{(k)} = P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_i^{(k)} \quad (4.21)$$

Le processus se poursuit jusqu'à ce que  $\Delta P^{(k)}$  soit inférieur à une précision spécifiée.

### Exemple 2.4

Les fonctions de coût du combustible en \$/h pour trois centrales thermiques sont données par :

$$C_1 = 550 + 8P_1 + 0.004P_1^2 \quad \$/h$$

$$C_2 = 650 + 7P_2 + 0.003P_2^2 \quad \$/h$$

$$C_3 = 700 + 5P_3 + 0.005P_3^2 \quad \$/h$$

En négligeant les pertes dans les lignes et les limites du générateur, déterminez :

a) La planification optimale de la production pour une charge de 600 MW, en utilisant la méthode itérative avec  $\Delta P^k \leq 0.01$ .

b) Le coût total du combustible

Solution :

a) La planification optimale de la production

Pour la solution numérique utilisant la méthode du gradient, supposons la valeur initiale de  $\lambda^1 = 8,0$ .

$P_D = 600 \text{ MW}$ ,  $\Delta P^k \leq 0.01$  :

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

$$P_1^1 = \frac{\lambda^1 - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{8 - 8}{2 * 0.004} = 0.0 \text{ MW},$$

$$P_2^1 = \frac{\lambda^1 - \beta_2}{2\gamma_2} = \frac{8 - 7}{2 * 0.003} = 166.666 \text{ MW},$$



$$P_3^1 = \frac{\lambda^1 - \beta_3}{2\gamma_3} = \frac{8 - 5}{2 * 0.005} = 300 \text{ MW},$$

$$\Delta P^k = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i^k$$

$$\Delta P^1 = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i^1 = 600 - (0.0 + 166.666 + 300) = 133.334$$

b) Le cout supplémentaire

$$\Delta \lambda^1 = \frac{P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}}$$

$$\Delta \lambda^1 = \frac{133.334}{391.6667} = 0.3404$$

$$\Delta P^1 = 133.334 \geq 0.01$$

Par conséquent, la nouvelle valeur de  $\lambda^2$  est :

$$\lambda^2 = 8 + 0.3404 = 8.3404$$

Donc  $\Delta P^1 \geq 0.01$ , la contrainte d'égalité n'est pas satisfaite, en continuant le processus, pour la deuxième itération, nous avons :

$$P_1^2 = \frac{\lambda^2 - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{8.3404 - 8}{2 * 0.004} = 42.55 \text{ MW},$$

$$P_2^2 = \frac{\lambda^2 - \beta_2}{2\gamma_2} = \frac{8.3404 - 7}{2 * 0.003} = 223.4 \text{ MW},$$

$$P_3^2 = \frac{\lambda^2 - \beta_3}{2\gamma_3} = \frac{8.3404 - 5}{2 * 0.005} = 334.04 \text{ MW},$$

$$\Delta P^2 = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i^2 = 600 - (42.55 + 223.4 + 334.04) = 0.01$$

$$\Delta P^2 = 0.01 \leq 0.01$$

Donc  $\Delta P^2 \leq 0.01$ , la contrainte d'inégalité est satisfaite

Le cout supplémentaire

$$\lambda^2 = 8.3404$$

b) Le coût total du combustible

Pour  $P_1 = 42.55 \text{ MW}$ ,  $P_2 = 223.4 \text{ MW}$  et  $P_3 = 334.04 \text{ MW}$ ,

$$C_T = 550 + 8*(42.55) + 0.004*(42.55)^2 + 650 + 7*(223.4) + 0.003*(223.4)^2 + 700 + 5*(334.04) + 0.005*(334.04)^2$$

$$C_T = 6189.3 \text{ \$/h}$$

#### 4.4. Répartition économique avec les limites du générateur et sans les pertes

La puissance de sortie d'un générateur ne doit pas dépasser sa valeur nominale ni être inférieure à celle nécessaire au fonctionnement stable. Ainsi, les générateurs sont limités à se situer dans des limites minimales et maximales données. Le problème est de trouver la production d'énergie active pour chaque centrale telle que la fonction objectif (c'est-à-dire le coût de production total) telle que définie par l'équation (4.3) soit minimale, sous réserve de la contrainte donnée par l'équation (4.4) et des contraintes d'inégalité données par :

$$P_{i(\min)} \leq P_i \leq P_{i(\max)} \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.22)$$

Où  $P_{i(\min)}$  et  $P_{i(\max)}$  sont les limites de production minimale et maximale respectivement pour la centrale  $i$ .

Les conditions de Kuhn-Tucker complètent les conditions lagrangiennes pour inclure les contraintes d'inégalité comme termes supplémentaires. Les conditions nécessaires à la répartition optimale avec les pertes négligées deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{dC_i}{dP_i} &= \lambda & \text{for } P_{i(\min)} < P_i < P_{i(\max)} \\ \frac{dC_i}{dP_i} &\leq \lambda & \text{for } P_i = P_{i(\max)} \\ \frac{dC_i}{dP_i} &\geq \lambda & \text{for } P_i = P_{i(\min)} \end{aligned} \quad (4.23)$$

La solution numérique est la même que précédemment. C'est-à-dire que pour un  $\lambda$  estimé, les puissances  $P_i$  sont trouvés à partir de l'équation (4.13) et l'itération est poursuivie jusqu'à ce que  $\sum P_i = P_D$ . Dès qu'une centrale atteint un maximum ou un minimum, la centrale doit être réglée dans l'un des limites. En effet, la production de la centrale devient une constante et seules les unités qui ne dépassent pas les limites autorisées doivent fonctionner à un coût supplémentaire égal.

### Exemple 3.4

Les fonctions de coût du combustible en \$/h pour les deux centrales thermiques sont données par :

$$C_1 = 800 + 45P_1 + 0.01P_1^2 \quad \$/h$$

$$C_2 = 200 + 43P_2 + 0.003P_2^2 \quad \$/h$$

Les limites des générateurs en MW,

$$50 \leq P_1 \leq 200$$

$$50 \leq P_2 \leq 600$$

En négligeant les pertes dans les lignes déterminez :

a) La planification optimale de la production pour une charge de 700 MW, en utilisant la méthode analytique et en tenant compte des limites des générateurs.

b) Le coût total du combustible

Solution :

a) La planification optimale de la production pour une charge de 700 MW,

$$\lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}}$$

$$\lambda = \frac{700 + \frac{45}{0.02} + \frac{43}{0.006}}{\frac{1}{0.02} + \frac{1}{0.006}} = 46.6923 \quad [\$ / MWh]$$

$$P_1 = \frac{\lambda - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{46.6923 - 45}{0.02} = 84.615 \text{ MW}, \quad 50 \leq P_1 \leq 200$$

$$P_2 = \frac{\lambda - \beta_2}{2\gamma_2} = \frac{46.6923 - 43}{0.006} = 615.383 \text{ MW}, \quad 50 \leq P_2 \leq 600$$

Étant donné que  $P_2$  dépassent sa limite supérieure, cette centrale est réglée à  $P_2 = 600$ . Par conséquent, une charge de  $700 - (600) = 100$  MW doit être fournie par la première centrale, avec un coût supplémentaire de combustible égal a :

$$\lambda = \frac{100 + \frac{45}{0.02}}{\frac{1}{0.02}} = 47 \quad [\$ / MWh]$$

$$P_1 = \frac{\lambda - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{47 - 45}{0.02} = 100 \text{ MW}, \quad 50 \leq P_1 \leq 200$$

$$P_2 = 600 \text{ MW}$$

b) Le coût total du combustible

Pour  $P_1 = 100 \text{ MW}$ ,  $P_2 = 600 \text{ MW}$ .

$$C_T = 800 + 45 \cdot (100) + 0.01 \cdot (100)^2 + 200 + 43 \cdot (600) + 0.003 \cdot (600)^2$$

$$C_T = 32480 \text{ \$/h}$$

#### 4.5. Répartition économique incluant les pertes

Lorsque les distances de transmission sont très petites et que la densité de charge est très élevée, les pertes de transmission peuvent être négligées et la répartition optimale de la production est obtenue avec toutes les centrales fonctionnant à un coût de production supplémentaire égal. Cependant, dans un grand réseau interconnecté où l'énergie est transmise sur de longues distances avec des zones à faible densité de charge, les pertes de transmission sont un facteur majeur et affectent la répartition optimale de la production. Une pratique courante pour inclure l'effet des pertes de transmission consiste à exprimer les pertes de transmission totale comme une fonction quadratique des sorties de puissance du générateur. La forme quadratique la plus simple est :

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j \quad (4.24)$$

Une formule plus générale contenant un terme linéaire et un terme constant, appelée formule de perte de Kron's, est :

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^{n_g} B_{0i} P_i + B_{00} \quad (4.25)$$

Les coefficients  $B_{ij}$  sont appelés coefficients de perte ou  $B$  coefficients. Les  $B$  coefficients sont supposés constants et une précision raisonnable peut être attendue à condition que les conditions de fonctionnement réelles soient proches du cas de base où les constantes  $B$  ont été calculées. Il existe différentes manières d'arriver à une équation de perte. Le problème de répartition économique est de minimiser le coût global de production  $C_i$ , qui est en fonction de la production de la centrale.

$$\begin{aligned} C_t &= \sum_{i=1}^{n_g} C_i \\ &= \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Soumis à la contrainte que la production doit être égale à la demande totale plus les pertes, c'est-à-dire,

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_L \quad (4.27)$$

Satisfaisant les contraintes d'inégalité, exprimées comme suit :

$$P_{i(\min)} \leq P_i \leq P_{i(\max)} \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.28)$$

où  $P_{i(\min)}$  et  $P_{i(\max)}$  sont les limites minimale et maximale du générateur, respectivement, pour la centrale  $i$ .

En utilisant le multiplicateur de Lagrange et en ajoutant des termes supplémentaires pour inclure les contraintes d'inégalité, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = C_t + \lambda(P_D + P_L - \sum_{i=1}^{n_g} P_i) + \sum_{i=1}^{n_g} \mu_{i(\max)}(P_i - P_{i(\max)}) + \\ \sum_{i=1}^{n_g} \mu_{i(\min)}(P_i - P_{i(\min)}) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Les contraintes doivent être comprises comme suit :

$$\mu_{i(\max)} = 0 \text{ when } P_i < P_{i(\max)} \quad (4.30)$$

$$\mu_{i(\min)} = 0 \text{ when } P_i > P_{i(\min)}$$

En d'autres termes, si la contrainte n'est pas violée, sa variable  $\mu$  associée est nulle et le terme correspondant à l'équation (4.29) n'existe pas. La contrainte ne devient active que lorsqu'elle est violée. Le minimum de cette fonction sans contrainte se trouve au point où les partiels de la fonction à ses variables sont nuls.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = 0 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_{i(max)}} = P_i - P_{i(max)} = 0 \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_{i(min)}} = P_i - P_{i(min)} = 0 \quad (4.34)$$

Les équations (4.33) et (4.34) impliquent que  $P_i$  ne doit pas être autorisé à dépasser sa limite, et lorsque  $P_i$  est dans ses limites  $\mu_{i(min)} = \mu_{i(max)} = 0$  et la fonction de Kuhn-Tucker devient la même que la Lagrangienne. La première condition, donnée par l'équation (4.31), donne :

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda \left( 0 + \frac{\partial P_L}{\partial P_i} - 1 \right) = 0 \quad (4.35)$$

Puisque

$$C_t = C_1 + C_2 + \dots + C_{n_g} \quad (4.36)$$

alors

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} \quad (4.37)$$

et donc la condition pour une répartition optimale est :

$$\frac{dC_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.38)$$

Le terme  $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$  est connu sous le nom de perte de transmission supplémentaire. La deuxième condition, donnée par l'équation (4.32), donne :

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_L \quad (4.39)$$

L'équation (4.39) est précisément la contrainte d'égalité qui devait être imposée. Classiquement, l'équation (4.38) est réarrangée comme suit :

$$\left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \right) \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.40)$$

$$L_i \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \quad i = 1, \dots, n_g \quad (4.41)$$

Où  $L_i$  est connu comme le facteur de pénalité de la centrale  $i$  est donné par :

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \quad (4.42)$$

Par conséquent, l'effet des pertes de transmission est d'introduire un facteur de pénalité avec une valeur qui dépend de l'emplacement de l'installation. L'équation (4.41) montre que le coût minimum est obtenu lorsque le coût supplémentaire de centrale multiplié par son facteur de pénalité est le même pour toutes les centrales.

Le coût de production supplémentaire est donné par l'équation (4.2), et les pertes de transmission supplémentaire sont obtenues à partir de la formule des pertes de l'équation (4.25) qui donne :

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j + B_{0i} \quad (4.43)$$

La substitution de l'expression pour le coût de production supplémentaire et les pertes de transmission supplémentaire dans l'équation (4.38) donne :

$$\beta_i + 2\gamma_i P_i + 2\lambda \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j + B_{0i} \lambda = \lambda$$

Ou

$$\left( \frac{\gamma_i}{\lambda} + B_{ii} \right) P_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_g} B_{ij} P_j = \frac{1}{2} \left( 1 - B_{0i} - \frac{\beta_i}{\lambda} \right) \quad (4.44)$$

L'extension de l'équation (4.44) pour toutes les centrales donne les équations linéaires suivantes sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1}{\lambda} + B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n_g} \\ B_{21} & \frac{\gamma_2}{\lambda} + B_{22} & \cdots & B_{2n_g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n_g 1} & B_{n_g 2} & \cdots & \frac{\gamma_{n_g}}{\lambda} + B_{n_g n_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{n_g} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - B_{01} - \frac{\beta_1}{\lambda} \\ 1 - B_{02} - \frac{\beta_2}{\lambda} \\ \vdots \\ 1 - B_{0n_g} - \frac{\beta_{n_g}}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Ensuite, le processus itératif est poursuivi en utilisant la méthode du gradient. selon l'équation (42),  $P_i$  à la  $k^{\text{ième}}$  itération est exprimé par :

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)}(1 - B_{0i}) - \beta_i - 2\lambda^{(k)} \sum_{j \neq i} B_{ij} P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii})} \quad (4.46)$$

La substitution de  $P_i$  de (4.46) à (4.39) donne :

$$\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\lambda^{(k)}(1 - B_{0i}) - \beta_i - 2\lambda^{(k)} \sum_{j \neq i} B_{ij} P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii})} = P_D + P_L^{(k)} \quad (4.47)$$

ou

$$f(\lambda)^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} \quad (4.48)$$

Le développement du côté gauche de l'équation ci-dessus dans les séries de Taylor's sur un point de fonctionnement  $\lambda(k)$  et la négligence des termes d'ordre supérieur donnent :

$$f(\lambda)^{(k)} + \left( \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \right)^{(k)} \Delta\lambda^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda^{(k)} &= \frac{\Delta P^{(k)}}{\left( \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \right)^{(k)}} \\ &= \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \left( \frac{dP_i}{d\lambda} \right)^{(k)}} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Avec

$$\sum_{i=1}^{n_g} \left( \frac{\partial P_i}{\partial \lambda} \right)^{(k)} = \sum_{i=1}^{n_g} \frac{\gamma_i(1 - B_{0i}) + B_{ii}\beta_i - 2\gamma_i \sum_{j \neq i} B_{ij} P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii})^2} \quad (4.51)$$



Et donc :

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \quad (4.52)$$

$$\Delta P^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} - \sum_{i=1}^{n_g} P_i^{(k)} \quad (4.53)$$

Le processus se poursuit jusqu'à ce que  $\Delta P^{(k)}$  soit inférieur à une précision spécifiée. La formule des pertes approximative exprimée par :

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} B_{ii} P_i^2 \quad (4.54)$$

Est utilisé,  $B_{ij} = 0$ ,  $B_{00} = 0$ , et la solution de l'équation simultanée donnée par (4.46) se réduit à l'expression simple suivante :

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)} - \beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii})} \quad (4.55)$$

Et l'équation (4.51) réduite à :

$$\sum_{i=1}^{n_g} \left( \frac{\partial P_i}{\partial \lambda} \right)^{(k)} = \sum_{i=1}^{n_g} \frac{\gamma_i + B_{ii} \beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} B_{ii})^2} \quad (4.56)$$

### 5.1. Introduction

Le concept de contrôle est fondamental pour le bon fonctionnement de tout système. Qu'il s'agisse d'un système d'ingénierie, d'un système économique ou d'un système social, il est essentiel d'exercer un certain type de contrôle, tel que le contrôle de la qualité, le contrôle des stocks ou le contrôle de la population, pour atteindre certains objectifs comme une meilleure qualité de rendement ou meilleure économie, etc. Il est naturel que le système électrique, qui est l'un des systèmes artificiels les plus complexes, nécessite la mise en œuvre d'un certain nombre de contrôles pour un fonctionnement satisfaisant. Le contrôle du système électrique a subi de nombreux changements au cours des trois dernières décennies. En commençant par un simple contrôle à régulateur au niveau de la machine, il est maintenant devenu un contrôle multi-niveau sophistiqué nécessitant un processus informatique en temps réel et une instrumentation à l'échelle du système.

L'objectif ultime du contrôle du système électrique est de maintenir une alimentation électrique continue de qualité acceptable en prenant des mesures appropriées contre les diverses perturbations qui se produisent dans le système. Ces perturbations peuvent être classées en deux grandes catégories, à savoir, les perturbations à petite échelle et les perturbations à grande échelle. Les perturbations à petite échelle comprennent des changements de faible amplitude variant lentement qui se produisent dans les demandes actives et réactives du système. Les perturbations à grande échelle sont des changements soudains et de grande ampleur dans les conditions de fonctionnement du système, tels que des défauts sur le réseau de transport, le déclenchement d'une grande unité de production ou une connexion ou une suppression soudaine de gros blocs de demande. Alors que les perturbations à petite échelle peuvent être surmontées par des contrôles réglementaires utilisant des régulateurs et des excitateurs, les perturbations à grande échelle ne peuvent être surmontées par une planification appropriée et l'adoption de commandes de commutation d'urgence.

### 5.2. Concept de sécurité du système

Le « contrôle de sécurité » ou un « système de contrôle de sécurité » peut être défini comme un système de commandes automatiques et manuelles intégrées pour le maintien du service d'alimentation électrique dans toutes les conditions de fonctionnement. Il peut être noté à partir de cette définition que le contrôle de sécurité est un écart important par rapport aux systèmes de contrôle de production ou de contrôle de supervision conventionnels. Premièrement, la bonne intégration de toutes les fonctions de contrôle automatiques et manuelles nécessaires nécessite une approche globale des systèmes avec l'opérateur humain faisant partie intégrante de la conception du système de contrôle. Deuxièmement, la mission du contrôle de sécurité est globale, reconnaissant que les décisions de contrôle par le système informatique principal doit être réalisé non seulement lorsque le système d'alimentation fonctionne normalement mais également lorsqu'il fonctionne dans des conditions anormales. Comme les systèmes électriques sont devenus plus étroitement couplés, le problème de la prise de décisions d'exploitation dans des conditions variables est devenu extrêmement difficile. Pour que le système reste toujours sécurisé, il est nécessaire d'effectuer un certain

nombre d'études liées à la sécurité, qui peuvent être regroupées en trois domaines principaux, à savoir la planification à long terme, la planification opérationnelle et l'exploitation en ligne. Certaines applications importantes dans chacun de ces domaines sont répertoriées comme suit :

#### 5.2.1. Planification à long terme

Évaluation des besoins en capacité de production.

Évaluation des capacités d'échange de puissance du système interconnecté.

Évaluation de l'adéquation du système de transport.

#### 5.2.2. Planification opérationnelle

Détermination des réserves tournantes requises dans le processus d'engagement des unités.

Ordonnancement de la production horaire ainsi que l'ordonnancement des échanges parmi les systèmes voisins.

Répartition des pannes de lignes de transmission et de transformateurs pour l'entretien et l'exploitation du système.

#### 5.2.3. Fonctionnement en ligne

Surveillance et estimation de l'état de fonctionnement du système.

Évaluation des valeurs stables, transitoires et dynamiques.

Évaluation quantitative des indices de sécurité.

Amélioration de la sécurité grâce à une optimisation avec contrainte.

### 5.3. Analyse de sécurité

L'analyse de sécurité est la détermination de la sécurité du système sur la base d'un ensemble de contingences suivantes. Il s'agit de vérifier l'existence et la normalité des états post-contingence. Si tous les états post-contingence existent et s'avèrent normaux, l'état est sécurisé. D'autre part, l'inexistence d'un seul des états post-contingence ou la nature d'urgence d'un état post-contingence existant indiquent que l'état actuel n'est pas sûr.

Bien qu'il soit théoriquement possible d'effectuer une analyse de la sécurité à la fois pour l'état d'urgence permanent et l'instabilité dynamique, la tendance a été d'avoir une analyse distincte pour chacun de ces deux types d'urgence. La principale raison en est l'extrême difficulté à mettre en œuvre une analyse dynamique de sécurité avec les méthodes actuelles d'analyse de stabilité. En revanche, pour l'analyse de la sécurité en régime permanent, plusieurs approches sont possibles et sont utilisées. Fondamentalement, ces approches commencent par une connaissance de l'état actuel du système tel qu'obtenu à partir de la fonction de surveillance de la sécurité. Le système est ensuite testé pour diverses contingences suivantes en résolvant, en fait, les changements dans les conditions du système pour une contingence donnée et en vérifiant les nouvelles valeurs par rapport aux contraintes de fonctionnement.

« Analyse de sécurité transitoire » fait référence à une procédure en ligne dont l'objectif est de déterminer si une perturbation appliquée provoquera ou non une instabilité transitoire du système électrique. Une condition d'instabilité transitoire implique la perte de synchronisme ou d'oscillations, qui augmentent en amplitude, conduisant à des déclenchements en cascade et à la rupture du système qui s'ensuit. Contrairement à l'analyse SSS où les prochaines contingences à considérer ne sont que des déclenchements de lignes/transformateurs ou de générateurs, dans le cas de l'analyse de sécurité transitoire, un éventail beaucoup plus large de contingences possibles doit être considéré comme :

- Conditions de défaut monophasées, biphasées et triphasées.
- Défauts avec ou sans ré-enclenchement.
- Fonctionnement correct ou défaillance des relais de protection.
- Fonctionnement ou défaut du disjoncteur pour l'élimination du défaut.
- Perte de production ou une charge importante.

Des méthodes d'analyse directes de la sécurité transitoire ont été suggérées, mais aucune d'entre elles n'a encore dépassé le stade expérimental. La pratique actuelle de l'industrie consiste à exprimer les contraintes de sécurité associées à la stabilité transitoire en tant que limites de fonctionnement en régime permanent sur le transfert de puissance ou la différence d'angle de phase à travers des lignes de transmission. L'approche générale pour imposer des contraintes de sécurité transitoires sur un système d'alimentation en exploitation comprend les étapes suivantes :

- Effectuez des études approfondies de stabilité transitoire hors ligne pour une gamme de conditions d'exploitation et les aléas appliquées.
- Sur la base de ces études et de critères de fiabilité prédéterminés (par exemple, le système doit résister aux défauts triphasés), établir des limites de fonctionnement en régime permanent pour l'écoulement de puissance dans les lignes.
- Faites fonctionner le système dans les limites déterminées à l'étape précédente.

L'analyse de la stabilité transitoire d'un grand système, nécessite beaucoup de temps de traitement numérique en raison du grand nombre d'équations algébriques et différentielles impliquées. Lorsque l'on opte pour un modèle à degré de complexité plus élevé, qui peut inclure un modèle de système d'excitation, un modèle électrique détaillé de générateur, un modèle de commande de régulateur et un modèle de turbine et si l'on considère la simulation pour chacune, alors le temps de calcul nécessaire devient prohibitif (élevé). Au cours des dernières années, une quantité considérable de recherches a été consacrée au développement de techniques efficaces pour l'analyse de stabilité transitoire en temps réel. Les techniques proposées peuvent être classées selon les approches de base suivantes :

- Simulation numérique.
- Simulation informatique hybride.

- Méthodes de Lyapunov.
- Reconnaissance des formes.

### 5.3.1. Simulation numérique

Les techniques de simulation numérique, bien que sont très adaptables et flexibles, sont lentes en vitesse et il semble donc qu'elles utiliseront l'analyse en ligne dans un rôle complémentaire avec des techniques plus rapides, mais peut-être moins précises. Les progrès récents des méthodes numériques ont été orientés vers les techniques d'intégration implicite et la résolution simultanée de l'ensemble des équations différentielles-algébriques en utilisant des techniques modernes. On prétend qu'une méthode comme « l'analyse transitoire d'intégration variable » peut réduire le temps de simulation jusqu'à cinq fois par rapport aux méthodes d'intégration explicite conventionnelles.

### 5.3.2. Simulation informatique hybride

La simulation informatique hybride d'un problème de stabilité transitoire pourrait être réalisée plusieurs fois plus rapidement qu'en temps réel. Bien que les ordinateurs hybrides aient été capables de fournir des vitesses de solution inégalées, leur application au fonctionnement du système d'énergie est limitée par des inconvénients tels qu'un investissement initial très important dans le cas de grands systèmes applicable uniquement à un nombre limité de fonctions de calcul en temps réel sélectionnées et à une flexibilité limitée en raison de la correction normale des ordinateurs analogiques.

### 5.3.3. Méthodes Lyapunov

La deuxième méthode de Lyapunov a reçu une attention considérable pour déterminer la stabilité transitoire du système électrique, en particulier pour une application en temps réel. Cette méthode implique la dérivation d'un Lyapunov scalaire  $V(X)$ , où  $X$  est le vecteur d'état dynamique de l'ensemble du système d'équations différentielles, qui a les propriétés suivantes :

$$V(0) = 0, \text{ i.e., } X = 0 \text{ est l'état équilibré}$$

$$V(X) > 0, X \in \Omega, X \neq 0$$

$$\dot{V}(X) \leq 0, X \in \Omega$$

Où  $\Omega$  est une région autour du point stable  $X = 0$ , qui est appelée la région de stabilité. Bien que cette méthode puisse offrir un gain considérable en vitesse de calcul, les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- Trop conservateur, surtout pour les systèmes avec plus de trois ou quatre machines.
- Les exigences informatiques ont rendu l'étude de systèmes électriques infaisable.
- Nécessite un modèle de système simplifié.

La dernière limitation n'est pas aussi sévère que les deux premières car de nombreuses informations utiles peuvent être obtenues à partir d'études analytiques avec les modèles simplifiés. Des développements très récents indiquent que pour surmonter les deux premiers

problèmes est désormais possible. Premièrement, une méthode efficace de calcul du point d'équilibre instable a été développée en utilisant un écoulement de charge, Newton-Raphson modifié. Deuxièmement, il y a maintenant une prise de conscience accrue des raisons pour lesquelles la méthode de Lyapunov est très conservatrice.

#### **5.3.4. Reconnaissance de forme**

La reconnaissance de forme est une autre approche visant à surmonter les exigences de calcul élevées des études de stabilité transitoire en temps réel. Un grand nombre d'études de stabilité hors ligne sont effectuées pour former un « ensemble d'entraînement » et certaines caractéristiques importantes sont sélectionnées. Un classificateur en temps réel compare les conditions de fonctionnement réelles avec l'ensemble d'apprentissage et, sur la base de cette comparaison, il classe l'état existant comme sécuriser ou non sécurisé.

Cette méthode est très attrayante pour l'évaluation en temps réel en raison de sa vitesse énorme et du minimum de données en ligne qu'elle nécessite. Cependant, les inconvénients de cette méthode sont :

-La précision de la méthode de classification n'est pas aussi bonne que celle des méthodes de résolution directe car il s'agit essentiellement d'une interpolation technique.

-Un très grand nombre d'échantillons (et donc de simulation) peut être nécessaires à la formation d'un ensemble de formation adéquat.

-Elle a des difficultés à gérer des conditions anormales, qui peuvent survenir en raison de modèles de charge et/ou de configurations de réseau inhabituels.

Si la durée de l'analyse à effectuer est supérieure à 1 à 3 s, le dynamisme des chaudières, turbines et autres composants de la centrale ne peut être ignorée. En plus de cela, le dynamisme de l'AGC et du SVC doit être pris en compte ainsi que l'action de contrôle des relais de délestage et de sous-fréquence.

En conséquence, l'effet d'une perturbation déclenchée par une défaillance peut se poursuivre au-delà de la phase de stabilité transitoire jusqu'à la phase dite de stabilité dynamique à long terme, qui peut être de l'ordre de 10 à 20 min ou plus. Les objectifs d'une évaluation de la réponse dynamique à long terme sont :

-Évaluation des caractéristiques dynamiques de réponse des réserves, y compris la distribution des réserves et l'effet des unités à démarrage rapide.

-Évaluation des stratégies de contrôle d'urgence comme le délestage par relais à sous-fréquence, évaluation rapide, et autres.

Ces objectifs relèvent principalement de la planification du système, de la conception du système de contrôle ainsi que de l'analyse post-perturbation. Cependant, les implications opérationnelles ne peuvent pas être négligées, étant donné que les pannes graves qui se sont produites au cours des 15 à 20 dernières années étaient généralement le résultat d'une instabilité à long terme et de séquences des événements en cascade.

#### 5.4. Amélioration de la sécurité

L'amélioration de la sécurité est un complément logique à l'analyse de la sécurité et elle implique des décisions en temps réel visant à améliorer (ou maintenir) le niveau de sécurité d'un système électrique en fonctionnement. Amélioration de la sécurité comprend un ensemble d'actions de contrôle, chacune visant à éliminer les violations des contraintes de sécurité. Ces contrôles peuvent être classés comme :

-Contrôles préventifs dans l'état de fonctionnement normal, lorsque l'analyse de sécurité en temps réel a détecté une condition d'insécurité par rapport à une prochaine éventualité appliquée.

-Commandes d'urgence corrigibles (simplement appelées « commandes correctives ») dans un état d'urgence, lorsqu'une condition de fonctionnement hors limites existe déjà mais peut être tolérée pendant une période de temps limitée.

Dans les deux cas, l'objectif principal est de trouver des moyens réalisables et pratiques de remédier à une condition de fonctionnement potentiellement dangereuse une fois que le programme d'analyse de sécurité révèle l'existence d'une telle condition.

L'optimisation contrainte par la sécurité peut être utilisée comme cadre pratique pour discuter des approches de l'amélioration de la sécurité du système. Le problème d'optimisation contraint d'obtenir la « meilleure » condition de fonctionnement qui satisfait non seulement les contraintes de charge et les contraintes de fonctionnement mais aussi les contraintes de sécurité peuvent être énoncées comme suit :

Minimiser

$f(X, U)$  fonction objectif

Sous contraintes:

$G(X, U) = 0$ , contraintes de charge

$H(X, U) \leq 0$ , contraintes d'exploitation

$S(X, U) \leq 0$ , contraintes de sécurité.

où  $f$  est une fonction à valeur scalaire.

#### 5.6. Données du réseau

Le réseau passif est modélisé par la matrice d'admittance de bus, qui est développée à partir d'une liste détaillée de composants de base du réseau, notamment les lignes de transmission, les transformateurs, les condensateurs. Il est essentiel d'avoir des informations en temps réel sur l'état de ces composants au début de chaque cycle de solution. Un cycle de solution est la solution et la vérification des résultats pour toutes les pannes éventuelles dans une liste de contingence spécifiée. Le changement d'état de chaque composant du réseau est transmis à l'ordinateur de contrôle et chaque fois qu'un composant est allumé ou éteint, son effet est reflété par un changement dans la matrice d'admittance.

### 5.6.1. Injections de puissance au bus

Pour un déclenchement d'une ligne, les puissances injectées doivent correspondre à l'état réel du système. Le programme d'injection est calculé une fois au début de chaque cycle de solution en fonction des admittances du réseau et du vecteur d'état.

L'injection à chaque bus  $k$  est calculée comme suit :

$$P_k + jQ_k = V_k \sum_n Y_{km} V_m \quad (5.1)$$

Où  $P_k$  et  $Q_k$  sont les puissances réelles et réactives,  $V_k$  et  $V_m$  sont des éléments du vecteur d'état  $Y_{km}$  est un élément de la matrice d'admittance de bus  $[Y]$ , et  $n$  est l'ensemble de tous les nœuds adjacents au nœud  $k$ .

Pour des raisons aussi bien physiques que mathématiques, il est nécessaire de fixer l'angle de tension au niveau du bus de référence (Slack) et de permettre à la variation des pertes d'être fournie par l'injection au niveau de ce bus.

### 5.7. Estimation d'état

L'état d'un système électrique est défini en termes d'amplitude de tension et d'angle de phase de chaque bus dans le système électrique. L'estimation de l'état joue un rôle très important dans le fonctionnement, la surveillance et le contrôle du système électrique en termes de défaillance. L'objectif principal de l'estimation d'état est d'obtenir les meilleures valeurs possibles des amplitudes et l'angle des tensions de bus et elle nécessite la mesure de grandeurs électriques, telles que l'écoulement de puissance active et réactive dans les lignes de transmission et les puissances injectées actives et réactives aux bus.

L'estimation d'état est un schéma de traitement de données disponible pour trouver les meilleurs vecteurs d'état, en utilisant la méthode des moindres carrés pondérés pour ajuster une dispersion de données. Afin d'obtenir un plus haut degré de précision de la solution de la technique d'estimation d'état, deux modifications sont introduites. Premièrement, il est reconnu que les valeurs numériques des données disponibles à traiter pour l'estimation d'état sont généralement bruitées en raison de la présence d'erreurs. Deuxièmement, il est à noter qu'il existe un grand nombre de variables dans le système (flux des lignes électriques actives et réactives), qui peuvent être mesurées mais non utilisées dans l'analyse des flux de charge. Ainsi, le processus implique des mesures imparfaites qui sont redondantes et le processus d'estimation de l'état du système est basé sur un critère statistique qui estime les vraies valeurs des variables d'état soit pour minimiser soit maximiser le critère sélectionné. Le critère couramment utilisé est celui de minimiser la somme des carrés des différences entre les valeurs vraies estimées et mesurées d'une fonction.

Toutes les informations du système sont collectées par le contrôle d'automatisation centralisé de la répartition du système d'alimentation via des unités terminales distantes (RTU). Les RTU échantillonnent les variables analogiques et les convertissent sous une forme numérique. Ces signaux numériques sont interrogés périodiquement pour les dernières valeurs et sont transmis par liaison de communication téléphonique et micro-ondes avec le centre de contrôle. Le fonctionnement du centre de contrôle doit dépendre de mesures incomplètes, inexactes, retardées et peu fiables. La technique d'estimation d'état est utilisée pour traiter



toutes les données disponibles et donc la meilleure estimation possible de la vraie valeur du système est trouvée.

### 5.7.1. Estimateur d'état

Il traite les données système en temps réel, qui sont redondantes et calcule les amplitudes des tensions et leurs angles au niveau des nœuds à l'aide d'un programme informatique. Les entrées d'un estimateur sont des mesures imparfaites (bruyantes) du système électrique. Il est conçu pour donner la meilleure estimation des variables d'état du système (c'est-à-dire les amplitudes de tension et leurs angles au niveau des nœuds).

L'estimateur d'état détecte les données erronées ou inexactes en utilisant des techniques statistiques. Pour cela, les estimateurs d'état sont conçus de manière à avoir des limites d'erreur bien définies et sont basés sur le nombre, les types et la précision des mesures.

L'estimateur d'état donne une approximation des flux de puissance et des tensions sur un bus dont les mesures ne sont pas disponibles en raison d'une panne de RTU ou d'une panne du téléphone ou d'une liaison de communication. Dans une telle condition, l'estimateur d'état est tenu de rendre disponible un ensemble de mesures pour remplacer les données manquantes ou défectueuses.

#### 5.7.1.1. Estimation de l'état statique

Il existe deux modes différents d'estimation d'état appliqués aux systèmes électriques :

1. Estimation de l'état statique.
2. Estimation de l'état dynamique.

L'estimation de l'état statique concerne l'estimation d'un état du système figé à un moment donné. Au sens figuré, il s'agit d'un instantané du système. Dans le fonctionnement en régime permanent d'un système (par exemple, l'ouverture soudaine d'une des phases d'une ligne de transmission se traduit par un flux de puissance dans les deux phases saines bien inférieur au flux de puissance moyen indiqué par l'estimation du dernier état) , l'estimateur d'état doit détecter un changement de configuration de réseau et transmettre un signal indiquant le changement de configuration de circuit et préparer l'opérateur à une action corrective lors du premier balayage de données. D'autre part, l'estimation de l'état dynamique est un processus continu, qui prend en compte la dynamique du système et donne une estimation de l'état du système au fur et à mesure de son évolution dans le temps. A l'heure actuelle, la plupart des estimateurs d'état dans les systèmes électriques, qui sont opérationnels, appartiennent à la première catégorie.

À première vue, il peut sembler qu'il n'y a pas beaucoup de différence entre les calculs de flux de charge et l'état statique estimation. Mais, c'est un point de vue superficiel.

Dans les études de flux de charge, il est considéré comme acquis que la date sur laquelle les calculs sont basés est absolument épargnée d'erreur. D'autre part, dans les méthodes d'estimation d'état, la précision des mesures sur les erreurs de modélisation est prise en compte en assurant la redondance des données d'entrée. Cela signifie que le nombre de données d'entrée « m » sur lesquelles les calculs sont basés sont bien plus que le nombre de variables inconnues « n » dont la connaissance spécifie complètement le système. Plus il y a

de redondance, mieux c'est d'un point de vue estimation. Mais la redondance a un prix à payer en termes d'installation de des équipements de mesure et des moyens de communication supplémentaires.

#### **5.7.1.2. Applications de l'estimation d'état**

L'estimation de l'état statique peut être utilisée avec succès pour estimer l'état des disjoncteurs et autres commutateurs du système. Dans un système électrique complexe, la topologie du réseau change continuellement. Les données concernant les informations erronées des positions des commutateurs peuvent être facilement vérifiées en comparant des séries d'estimations obtenues à différents instants. Il est également possible de décider de la quantité d'instrumentation supplémentaire en comparant simplement les valeurs minimales de la fonction objectif  $J(x)$  pour différentes configurations d'instrumentation, les utilisations de l'estimation d'état peuvent être :

- Traitement et affichage des données (détection de données incorrectes, taux d'échantillonnage).
- Surveillance de la sécurité (limites de surcharge, reprogrammation, commutation et délestage).
- Contrôle optimal (contrôle de fréquence de charge (LFC), répartition économique de charge).

## Chapitre VI Centre de conduite et de contrôle

### 6.1. Introduction

Les systèmes d'énergie électrique sont les systèmes les plus complexes qui existent, réparties sur de vastes étendues, produisant de l'électricité dans des endroits éloignés, la transportant sur de grandes distances et distribuant l'électricité aux consommateurs à travers le pays. Depuis la mise en service de la première ligne de transmission à haute tension longue distance en 1917 par American Gas & Electric, des progrès considérables ont été réalisés dans le domaine du transport d'énergie électrique. Les distances accrues entre les centres de production et la charge, les niveaux de tension et de courant atteignent de nouvelles dimensions, et la vulnérabilité du réseau augmente de jour en jour. La production et le transport d'électricité en masse sont toujours les piliers du réseau électrique, bien que les consommateurs ayant une production renouvelable au niveau local soient encouragés par les services publics d'électricité.

L'automatisation du système de transmission d'énergie électrique répartie sur de vastes zones géographiques est de la plus haute importance, et les services publics de transmission du monde entier ont adopté l'automatisation de la transmission de manière considérable, car elle aide l'opérateur dans la salle de contrôle à surveiller et à gérer le système de manière efficace. Les services publics et les gouvernements doivent s'assurer que les pannes du système de transmission entraînant des pannes sont évitées et que les dernières avancées technologiques sont utilisées dans les centres de contrôle pour aider les opérateurs à garantir une alimentation fiable.

### 6.2. États de fonctionnement du système électrique

États de fonctionnement du système électrique et sources de vulnérabilité du réseau Le fonctionnement du système électrique est l'équilibre entre les charges aléatoires en constante évolution et la production optimisée afin que le coût soit au minimum. Un système subit de petites perturbations, qui peuvent dégénérer en des problèmes plus importants et des perturbations importantes dues à des changements soudains et importants, et l'opérateur doit faire un exercice d'équilibrage à tout moment pour maintenir la stabilité du système.

Les concepteurs du système d'alimentation essaient de rendre le système fiable en conservant une marge suffisante entre la production et la charge et une capacité de transfert d'énergie supplémentaire et le flux d'énergie réel afin que le système ait la flexibilité de prendre en charge les défaillances d'équipement pour la maintenance et les pannes soudaines. Cependant, la capacité supplémentaire de production et de transport est limitée par l'investissement supplémentaire requis, par conséquent, il est de la prérogative du gestionnaire du réseau électrique de gérer la stabilité du système dans les marges données.

Il est intéressant de comprendre les états de fonctionnement du système électrique et les attributs permettant de faire fonctionner le système électrique en état normal. Il existe cinq états de fonctionnement définis pour un système électrique, en fonction de l'équation de transfert de puissance et des contraintes d'égalité et d'inégalité du système. L'équation de transfert de puissance représente le comportement dynamique du système avec des machines

synchrones, des mécanismes de contrôle et un comportement de charge. Les contraintes d'égalité représentent la production totale qui doit être égale à la charge totale à tout instant, tandis que les contraintes d'inégalité se réfèrent aux tensions et courants qui doivent se situer dans certaines limites

### **6.3 Centres de controle de l'énergie**

Les centres de contrôle de l'énergie sont les stations maîtresses SCADA. Les flux d'énergie dans les réseaux de transport sont surveillés et gérés par les gestionnaires de réseau dans les centres. Les réglages d'un centre de contrôle de l'énergie seront donc ceux d'un grand poste maître, où les consoles d'opérateurs seront tenues par des opérateurs de système avec tous les outils d'assistance nécessaires. Les canaux de communication amènent les données du terrain et l'ensemble des serveurs récupère les données requises du LAN de la station maître et affiche les informations appropriées pour que l'opérateur puisse visualiser le système. Le centre de contrôle de l'énergie disposera du logiciel SCADA de base pour l'acquisition des données et le contrôle à distance.

Cependant, les principales fonctionnalités du centre de contrôle de l'énergie sont les fonctions d'application SCADA de génération et de transmission ou les fonctions de systèmes de gestion de l'énergie (EMS) qui sont abordées en détail dans ce chapitre. Le centre de contrôle de l'énergie disposera d'une multitude de systèmes de serveurs, notamment le serveur SCADA, le serveur d'applications, le serveur de stockage et de récupération d'informations, le serveur de développement, le serveur de gestion de réseau, le système de projection vidéo, le serveur de communication du centre de contrôle et des couches de pare-feu de sécurité. Le processeur frontal de communication (CFE) est dédié à la réception des données du terrain et au contrôle des émissions commandes sur le terrain.

#### **6.3.1 Systèmes de gestion de l'énergie (EMS)**

La manière dont ces fonctions sont mises en œuvre en termes d'acquisition de données sur le terrain et d'envoi de commandes de contrôle sur le terrain est également abordée. Cependant, un centre de contrôle de l'énergie remplit également diverses autres fonctions, ces fonctions sont appelées systèmes de gestion de l'énergie. En règle générale, un EMS devrait avoir :

- La connaissance de l'ensemble du système à surveiller et à contrôler, y compris les paramètres du système d'alimentation, les interconnexions, etc.
- La capacité de capturer les données analogiques et numériques en temps réel.
- La capacité de valider les données mesurées.
- La capacité d'exécuter les fonctions logicielles EMS requises pour surveiller les indicateurs de performance clés du système.
- La capacité d'envoyer des commandes de contrôle aux appareils de terrain et autres systèmes associés.
- La capacité d'afficher les données pertinentes mesurées et calculées pour aider l'opérateur à prendre des décisions rapides et appropriées.

- La capacité de faire fonctionner le système dans des limites de sécurité en suivant le bilan instantané de génération de charge.
- La conscience des risques potentiels et la capacité de prendre des mesures préventives.
- La possibilité de démarrer la restauration après une urgence dans le système ou un changement d'état.

Ainsi, l'objectif du SME est de fournir une alimentation électrique stable, fiable, sûre et optimale aux consommateurs de manière efficace et économique. En général, les systèmes d'automatisation de génération et de transmission sont appelés systèmes SCADA/EMS, dans lesquels l'acquisition et le contrôle des données sont des fonctions spécifiques à SCADA.

### 6.3.2 Évolution des systèmes de gestion de l'énergie

Les systèmes de transmission CA se développant à un rythme rapide depuis le début du XXe siècle, augmentant de jour en jour leur taille et leur capacité, la fiabilité, la sécurité et la stabilité associées du réseau sont devenues un problème. Le problème a été pris au sérieux après le Black-out de 1965 dans le nord des États-Unis qui a duré plus de 13 heures et touché 13 millions de personnes. L'événement a conduit à la création de deux entités majeures : la North American Electric Reliability Corporation (NERC) et l'Electric Power Research Institute (EPRI). La NERC a développé des normes de fiabilité que les régions doivent suivre, et l'EPRI est l'organisation de recherche et développement centralisée.

Des organisations similaires ont vu le jour dans d'autres parties du monde et les ingénieurs électrotechniciens ont commencé à développer des normes et des stratégies pour maintenir le réseau stable, sécurisé et fiable.

Les centres de contrôles de l'énergie et l'EMS ont également commencé à évoluer après 1965 et ont connu d'énormes améliorations dans un passé récent pour de nombreuses raisons, dont certaines sont les suivantes :

1. Développements dans la technologie des microprocesseurs, rendant les ordinateurs numériques moins chers et plus rapides avec beaucoup plus de puissance de calcul.
2. Améliorations des technologies de communication rendant les communications numériques moins chères et plus rapides.
3. Développements dans les relais à microprocesseur, les équipements de contrôle et les transformateurs de mesure.
4. Développement du système de positionnement global et synchronisation précise de l'heure,
5. Développement d'algorithmes efficaces et rapides pour le logiciel EMS applications, comme le traitement de la topologie, l'estimation de l'état, la contingence analyse et l'écoulement de puissance optimale.
6. Techniques de connaissance de la situation et de visualisation fournissant représentation graphique du répartiteur de l'état du système d'alimentation pour compréhension plus rapide et plus intuitive. Les centres de contrôle de l'énergie des années 1960 et 1970 étaient câblés, utilisaient du matériel et des logiciels propriétaires et fonctionnaient avec des appareils

analogiques. Les systèmes analogiques avaient leurs propres problèmes. L'affichage les unités étaient toutes des compteurs analogiques et le tableau synoptique était en papier, avec bouchons indiquant l'ouverture et la fermeture des interrupteurs et disjoncteurs qui ont été insérés manuellement. Les calculs limités ont été effectués par des ordinateurs analogiques. Lentement, avec le développement des circuits intégrés et des microprocesseurs, les centres de contrôle ont également migré vers l'ère numérique. Les systèmes d'acquisition de données se sont développés et les systèmes SCADA dotés d'installations d'affichage et d'archivage efficaces pour les centres modernes de gestion de l'énergie ont évolué. Les opérateurs de système dotés de consoles dédiées, d'outils d'affichage et de connaissance de la situation modernes, de mécanismes de traitement de données intelligents et d'outils logiciels EMS rapides sont bien équipés pour gérer le système. (Voir Figure 5.1 pour une représentation de l'évolution du centre de contrôle de l'analogique au numérique.) Cependant, on peut noter que le secteur de la transmission d'énergie est devenu plus compliqué en raison des défis suivants :

1. Déréglementation du marché de l'électricité qui présente plus de défis, approche plus axée sur le marché avec des systèmes indépendants opérateurs (ISO), organisations régionales de transport (RTO), sociétés de production (GENCO), négociants en énergie et consommateurs
2. Infrastructure vieillissante qui limite la plage de fonctionnement et augmente congestion des réseaux



Figure 5.1 Évolution du centre de contrôle

3. Menaces de sécurité physique telles que le terrorisme et les menaces de cyber sécurité qui remettent en cause les opérations du centre de contrôle avec des utilisateurs non autorisés
4. Tenir les opérateurs de système au courant des dernières avancées technologiques dans le domaine pour leur permettre de gérer les nouvelles technologies et les nouveaux produits afin que les avantages puissent être récoltés par le service public dans son ensemble.

## 6.4 Système de gestion d'énergie (EMS)

Le cadre EMS (Figure 5.2) comprend la gestion des opérations de transport en coordination avec la gestion des opérations de production avec les outils de simulation et les services énergétiques nécessaires, assistés par les systèmes d'acquisition de données et de contrôle. Chaque grand centre de contrôle de l'énergie disposera d'un simulateur de formation des dispatcheurs où les opérateurs pourront analyser les perturbations passées et créer des scénarios réels à des fins d'étude. La figure 5.2 donne une représentation du cadre EMS, les fonctionnalités incluses dans chacun des sous-systèmes sont

### 6.4.1. Gestion des opérations de generation

- Prévion de charge (LF)
- Engagement des unités (UC)
- Coordination hydrothermale (HTC)
- Envoi économique en temps réel et suivi des réserves (ED)
- Contrôle de génération automatique en temps réel (AGC)

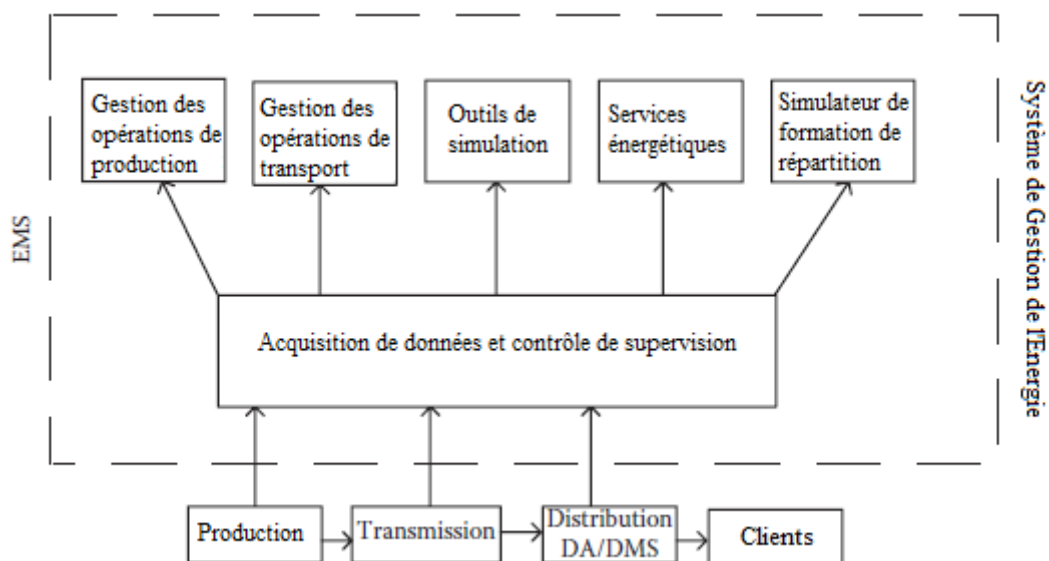


Figure 5.2 Système de gestion de l'énergie

### 6.4.2. Gestion des opérations de transport en temps reel

- Configuration réseau/processus de topologie (TP)
- Estimation d'état (SE)
- Analyse de contingence (AC)



- Flux de puissance optimal et puissance optimale contrainte par la sécurité flux (OPF, SCOPF)
- Ilotage des systèmes électrique.

### 6.4.3. Simulations en mode étude

- Ecoulement de puissance (PF).
- Analyse de court-circuit (SC).
- Modélisation de réseau.

### 5.4.4. Services énergétiques et analyse d'événements

- Analyse d'événement.
- Planification et comptabilité de l'énergie.
- Fournisseurs de services énergétiques.

### 6.4.5. Simulateur de formation de répartition (DTS)

Le reste de ce chapitre est consacré à la discussion de ces fonctions en détail. On peut noter que les fonctionnalités logicielles discutées ici peuvent être classées de différentes manières. La catégorisation ci-dessus est basée sur le fait que le scénario d'application est lié à la transmission ou à la production. Une autre façon de classer la fonctionnalité EMS est de voir le laps de temps dans lequel les simulations sont nécessaires. Les opérations du système électrique sont définies dans trois délais, le plus critique étant les opérations en temps réel, où l'opérateur est assisté par les fonctionnalités EMS pour prendre les mesures de contrôle appropriées. Cependant, une série de fonctions doivent être exécutées avant les opérations en temps réel, pour arriver à un plan d'exploitation approprié.

Une autre série d'analyses post-événement doit être effectuée pour calculer les transactions énergétiques, les coûts de production, etc., et pour évaluer les causes des contingences du système. Les fonctionnalités ci-dessus peuvent être classées en trois délais : opérations en temps réel, analyse pré- et post-temps réel. On peut noter que certaines des fonctionnalités EMS sont exécutées hors ligne en mode étude, ainsi qu'en temps réel pour assister l'opérateur (par exemple, analyse de contingence, analyse de flux de puissance et flux de puissance optimal).

#### 6.4.1 Temps de réaction du EMS

Les fonctionnalités EMS discutées dans la section précédente peuvent être examinées avec un cadre temporel de référence qui donnera une idée juste des réponses requises de chacune des fonctionnalités logicielles et également de l'opérateur du système. Les RTU sont les yeux et les oreilles du système SCADA. Ils acquièrent les données du terrain, et les données numériques comprenant les positions des interrupteurs, par exemple, sont interrogées toutes les 2 s. En ce qui concerne la stabilité du système, les positions des commutateurs sont cruciales ; par conséquent, les systèmes SCADA et la télémétrie peuvent être considérés comme ayant un taux de balayage autour d'une période de 2 s. Le contrôle automatique de la



génération qui comprend les boucles de fréquence et d'échange fonctionne autour d'un intervalle de temps de 2 s pour l'acquisition des points de génération, de fréquence du réseau et d'échange, et de 4 s pour l'émission d'ordres de contrôle de génération (montée, descente ou consigne). L'analyse de contingence en temps réel et l'estimation de l'état s'exécutent dans un délai de 60 s d'assister l'opérateur dans les nouvelles estimations. D'autres outils d'aide à la décision de l'EMS tels que le processeur de topologie, la répartition économique de la charge et le flux de puissance optimal fonctionnera dans un délai de 30 minutes. Le simulateur de formation du répartiteur est également mis en place pour une durée de 30 min pour former l'opérateur. La figure 5.3 donne les délais EMS. L'introduction des PMU dans le scénario de surveillance crée une période en millisecondes (25 à 120 balayages par seconde) et ajoute une nouvelle dimension à la période de surveillance et de contrôle, qui sera abordée dans les sections suivantes.

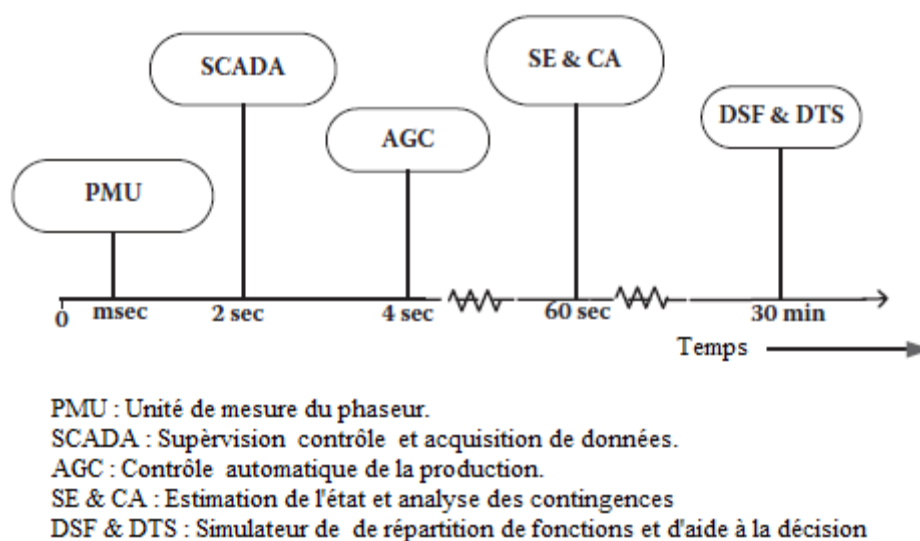


Figure 5.3. Temps d'EMS

#### 6.4.2 Logicielles et flux de données des EMS

Les fonctionnalités EMS fonctionnent ensemble de manière totalement cohérente et de manière sûre et stable. La figure 5.4 donne le flux de données et les principales fonctions EMS dans un centre de contrôle de l'énergie. Le système SCADA apporte au système télémessure des données en temps réel qui sont utilisées pour créer la topologie de réseau (TP) à jour à partir de l'évaluation des positions actuelles des commutateurs, en modifiant les données de réseau à partir de la base de données. L'estimation d'état (SE) effectue analyse d'observabilité, détecte les mauvaises données, ajoute des pseudo-données si nécessaire et génère les valeurs estimées des paramètres du système. La sortie de SE est utilisée pour dériver les fonctions en temps réel telles que le flux de puissance, le flux de puissance optimal (OPF), le flux de puissance optimal contraint par la sécurité (SCOPF), l'analyse de contingence (CA) et le temps réel de la répartition économique de la charge (ED). Les sections suivantes traiteront en détail les fonctions d'EMS.

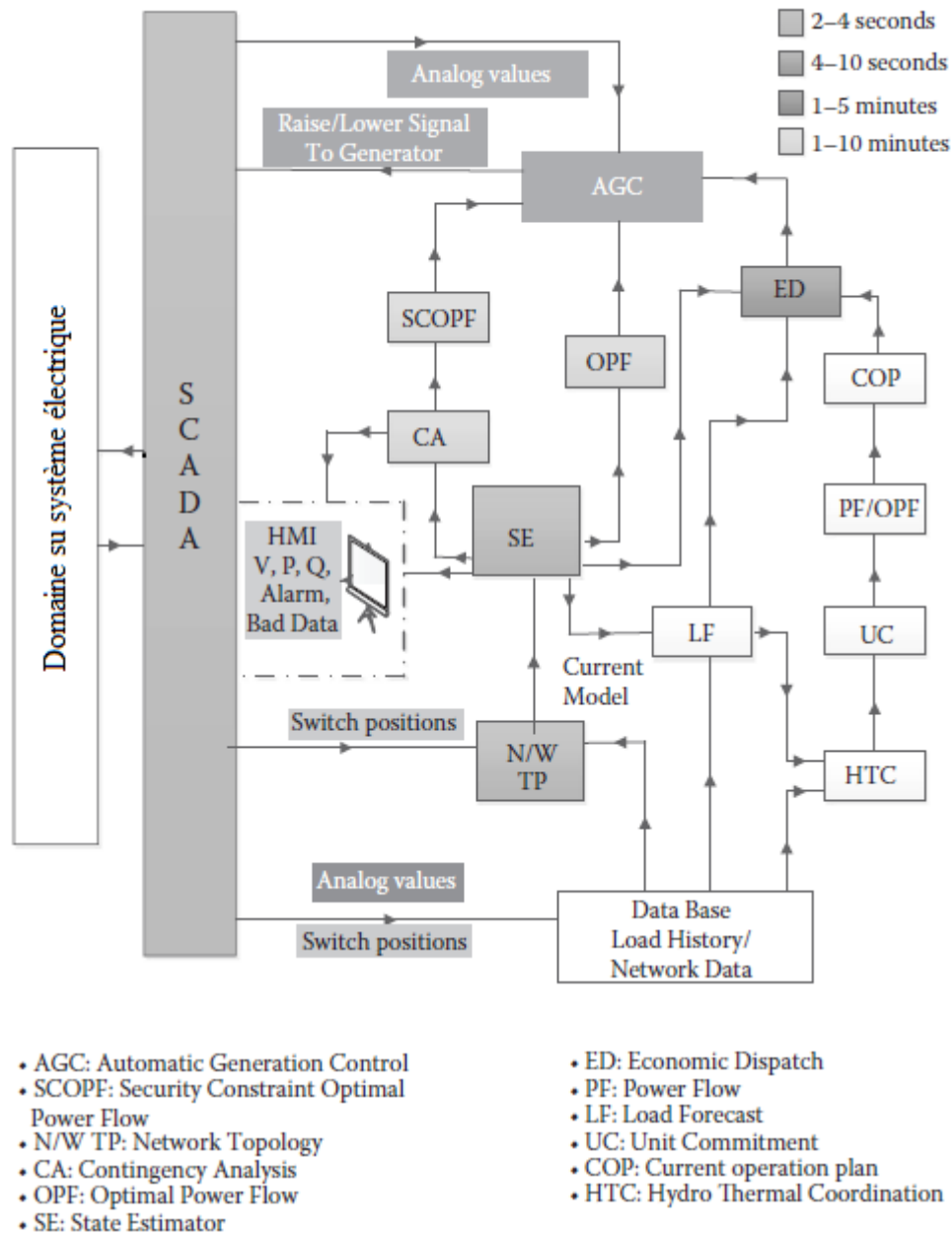


Figure 5.4 Fonctions du centre de contrôle de l'énergie et le flux des données avec les délais.

### 6.5 Acquisition de données et communication (systèmes SCADA)

L'exigence de base de tout système d'automatisation est la disponibilité des données du terrain, et le système SCADA apporte les données requises au centre de contrôle de l'énergie pour un traitement ultérieur et l'activité de contrôle nécessaire. Les commandes de contrôle sont reportées sur le terrain pour l'action nécessaire. Par conséquent, le système SCADA est l'exigence de base pour la mise en œuvre de l'automatisation de la transmission. Les canaux de communication jouent un rôle indispensable, car le système de transmission est réparti sur toute la longueur et la largeur. Une fois les données disponibles dans le centre de contrôle (poste maître SCADA), les applications des logicielles qui aident l'opérateur à évaluer l'état du système électrique et à prendre les mesures correctives appropriées pour maintenir la stabilité et la sécurité du système forment la base du SME.

## 6.6 Exploitation et gestion de la production

La bonne coordination des opérations de production avec les opérations de transport est la base pour un fonctionnement efficace d'un centre de contrôle de l'énergie. Cette section détaille les activités et la coordination liées à l'exploitation de la production.

### 6.6.1 Prévision de la charge

Le bon fonctionnement d'un système d'alimentation dépend du suivi précis de la charge du système pour correspondre à la production. La prévision précise de la charge du système est la première étape de la planification des opérations du système électrique. La prévision de charge implique de nombreux détails et nécessite des entrées du système ainsi que de l'environnement et des clients. Surtout avec l'intégration généralisée des sources renouvelables, la prédiction précise de la production est également un problème avec l'énergie solaire et éolienne. La prévision de charge doit être effectuée pour différentes périodes dans un système, pour un contrôle fluide et un fonctionnement efficace du système électrique :

- La fonction de contrôle automatique de génération (AGC) garantit que le l'équilibre de génération de charge est maintenu en temps réel.
- La fonction de répartition économique de la charge garantit que les variations de la charge sur quelques minutes sont réparties entre les générateurs qui sont disponibles et les plus économiques.
- Lorsque les délais sont plus longs, des heures ou des jours, les grands changements de charge sont satisfaits par le démarrage ou l'arrêt de centrales ou l'importation ou l'exportation d'électricité des pays voisin. Les fonctions EMS utilisées à cette fin comprennent la programmation cycle combiné, thermique, hydroélectrique, l'engagement d'unité, la coordination hydrothermale et l'évaluation des échanges.
- Les grandes variations de charge au cours des semaines sont satisfaites de manière économique par des fonctions telles que la programmation hydraulique, la programmation thermique et la programmation de la maintenance.
- L'analyse des contingences est utilisée pour classer la gravité des contingences (hors ligne) et nécessite également une prévision précise de la charge.

Toutes les fonctionnalités ci-dessus incluent une prédiction précise de la charge sur le système du très court terme à quelques semaines, ce qui est généralement appelé prévision de charge à court terme dans les systèmes électriques. Les prévisions à moyen terme de la demande d'électricité s'étendent sur 5 ans, et les prévisions à long terme dans les services publics d'électricité peuvent s'étendre sur 20 à 50 ans. Les résultats de ces prévisions à moyen et long terme sont utilisés pour la planification de la production et du transport avec la coordination de divers départements du service public et du gouvernement.

### 6.6.2 Engagement des unités

L'engagement d'unité fait référence à l'engagement d'une unité de production à être en ligne et à produire de l'électricité pendant un créneau horaire spécifique, afin que les exigences de production du système puissent être satisfaites et que d'autres fonctions EMS puissent prendre les mesures nécessaires. Les centrales électriques telles que les unités thermiques nécessitent

un certain temps pour atteindre la vitesse requise, générer la tension requise et se synchroniser avec le système. Une fois l'unité engagée, elle doit être disponible pour alimenter la charge ; cependant, laisser l'unité de production engagée tout le temps devient une affaire coûteuse. Il est beaucoup plus logique de désengager les unités lorsqu'elles ne sont pas nécessaires. Une fois la charge la prévision est faite, en fonction du besoin, il est économique de savoir quand chaque unité doit être engagée et désengagée pour des plages horaires précises. La figure 5.5 montre un exemple simple d'engagement des unités à quatre centrales fournissent la charge au réseau et les unités sont engagées et mises à disposition.

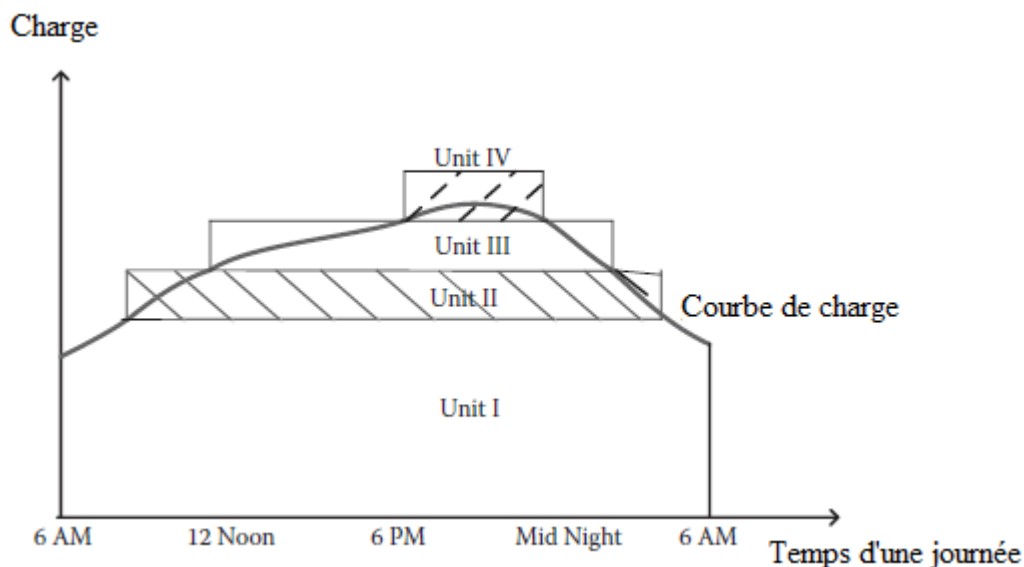


Figure 5.5 Engagement des unités à quatre centrales.

Le problème d'engagement des unités n'est pas aussi simple que celui évoqué ci-dessus, car chaque fournisseur public d'énergie fonctionnera sous un grand nombre de contraintes et de lois, et celles-ci doivent être intégrées au problème d'engagement des unités, de sorte qu'un calendrier économique optimal soit disponible pour les opérations. Garder une réserve tournante suffisante selon la directive de l'autorité de régulation dans chaque pays est une contrainte. La réserve tournante est la différence entre la capacité totale de production disponible de toutes les unités en ligne (tournante) et la charge alimentée y compris les pertes. Ça donne une indication de la capacité supplémentaire dont dispose le système pour faire face à une urgence, qu'il s'agisse de la perte soudaine d'une unité de production ou d'une ligne de transmission. Chaque fournisseur public aura des normes pour le pourcentage de production ou de charge comme réserve tournante. En règle générale, la réserve est équivalente à la plus grande unité de production, de sorte que la perte soudaine de n'importe quelle unité peut être gérée.

### 6.6.3 Coordination hydrothermale

Les centrales hydroélectriques coexistent généralement avec les centrales thermiques, et la coordination des centrales hydroélectriques et thermiques nécessite une certaine attention en raison des problèmes complexes associés à la programmation des centrales hydroélectriques. Chaque système qui fournit de l'eau à une centrale hydroélectrique a un caractère unique et de nombreux facteurs affectent le débit d'eau en amont et en aval d'une centrale. Certaines centrales peuvent être confrontées à des crues, tandis que d'autres peuvent devoir libérer de

l'eau à des fins d'irrigation en aval ou alimenter une autre centrale hydroélectrique en aval (centrale au fil de l'eau). Certaines rivières sont utilisées pour le transport de personnes et de marchandises et de grandes quantités d'eau ne peuvent pas être libérées à la fois, et d'autres installations de loisirs peuvent également être opérationnel là où une limite de niveau d'eau doit être maintenue. Chaque réservoir d'eau peut avoir plus d'un barrage et de nombreux affluents de la rivière saumurant l'eau. Le niveau d'eau dans un réservoir dépend de nombreux facteurs, notamment les conditions météorologiques, les pluies et la fonte des neiges.

La programmation de l'hydroélectricité se fait en deux périodes : long terme et courte terme. La programmation à long terme commence à partir d'une semaine et peut s'étendre jusqu'à un an, et dépendra de la charge, de la disponibilité des unités thermiques et hydroélectriques et des prévisions de débit d'eau pour les réservoirs. La longue portée l'ordonnancement consiste à optimiser ces facteurs en utilisant généralement une programmation dynamique ou des modèles statistiques. La programmation à court terme se fait heure par heure jusqu'à un jour ou au maximum une semaine à l'avance. Ici, la charge, la disponibilité de l'unité et l'apport d'eau sont connus et l'expédition économique est effectuée.

Trois scénarios peuvent être envisagés pour catégoriser le problème de la planification, un dans lequel la production hydroélectrique est une petite partie de la production totale, deux dans lequel la production principale est hydraulique, et un troisième scénario dans lequel l'hydroélectricité est la seule source de production disponible.

#### **6.6.4 Répartition économique et suivi des réserves en temps réel**

Une fois que les unités de production sont « engagées » à produire de l'électricité pendant une période d'exploitation spécifique, il est du devoir de l'exploitant de veiller à ce que le système fonctionne dans un état stable avec un impact économique minimal. La solution de la répartition économique de la charge détermine la combinaison optimale des unités de production pour fournir la demande de charge soumise aux contraintes imposées au système, avec un coût d'exploitation minimum pour un intervalle de temps spécifique, généralement une heure. Le problème de la répartition économique le plus simple définit la contrainte d'égalité comme suit : la somme des sorties du générateur doit être égale à la demande de charge, où les pertes dans le réseau sont négligées et les limites de fonctionnement ne sont pas spécifiquement définies. La puissance de sortie de chaque unité doit se situer dans les limites de la capacité de production d'électricité maximale et minimale de l'unité spécifique, ce qui devient une contrainte d'inégalité pour l'unité de production. Les limites des lignes de transmission sont également incluses en tant que contraintes d'inégalité. Les pertes du réseau, qui contribuent pour un bon pourcentage dans certains cas, doivent être prises en compte, ce qui redéfinit l'énoncé du problème en celui où la production doit être égale à la charge plus les pertes. Il s'agit de calculer les pertes du réseau par une méthode appropriée. Par conséquent, la répartition économique de la charge est un problème d'optimisation, où le coût d'exploitation est minimisé avec les contraintes d'égalité et d'inégalité satisfaites.

#### **6.6.5 Contrôle automatique de la production en temps réel**

Le contrôle automatique de la production (AGC) consiste à maintenir la qualité, l'échange et la fréquence de l'énergie électrique générée dans les limites, dans le cadre de l'équilibre production-charge à tout moment. La tension générée par la machine est fonction de l'excitation. Le contrôle en boucle fermée de la boucle d'excitation garantit que la tension

générée par la machine est maintenue à la valeur spécifiée. Lorsqu'il s'agit de maintenir la fréquence. Le problème devient plus global que spécifique à un générateur particulier, car la fréquence du système dépend non seulement de la vitesse d'un générateur spécifique, mais de la charge de production globale équilibrée.

Le contrôle de la fréquence a deux boucles fermées :

- La première est le contrôle qui implique le régulateur de vitesse de la machine qui ajuste automatiquement l'entrée en fonction des changements de la vitesse du générateur qui est le reflet de l'équilibre production-charge.

- La boucle de contrôle de la fréquence secondaire qui est complétée par le système électrique implique l'interconnexion d'autres unités de production par des lignes de raccordement.

Le problème de l'AGC est principalement un problème de contrôle de fréquence avec la conception des contrôleurs appropriés pour contrôler la fréquence du système. L'objectif est de réduire l'erreur de contrôle de la zone (ACE), qui est en fonction de la fréquence et des changements de puissance de la ligne de raccordement, en appliquant des contrôleurs appropriés dans la boucle de contrôle. L'objectif ultime est de réduire l'ACE à zéro en augmentant ou en diminuant la production afin que l'équilibre charge-production soit maintenu. Une grande variété de contrôleurs sont disponibles, dont la plupart sont basés sur des modèles, et des recherches sont en cours pour développer des contrôleurs robustes appliqués capables de gérer la dynamique des grands systèmes électriques et leurs non-linéarités et incertitudes.

L'inertie du réseau électrique joue un rôle majeur dans le contrôle de la fréquence, et l'introduction de la production d'énergie renouvelable pose de multiples problèmes à la fréquence du système. Les changements de puissance de la ligne de raccordement doivent être modifiés de manière appropriée pour refléter la production d'énergie renouvelable afin d'avoir un ACE efficace et donc un contrôleur approprié pour l'AGC.

## Références

- [1] P.S.R. Murthy, Power System Analysis, BS Publications, ISBN: 978-81-7800-161-6, pp 336, 2007.
- [2] T. K. Nagsarkar, M. S. Sukhija, Power System Analysis, oxford university press, ISBN-13: 978-0-19-809633-7, pp 788, 2014.
- [3] H. Wayne Beaty, handbook of electric power calculations, Mcgraw-hill, ISBN 0-07-136298-3, pp529, 2001.
- [4] C.L.Wadhwa, Electrical Power Systems, New Academic Science, ISBN : 971906574390, pp 979, 2012.
- [5] N. V. Ramana, Power System Analysis, Pearson, ISBN 9788131755921, pp 456, 2011.
- [6] A. P. Sakis Meliopoulos, Power System Modeling Analysis and Control, chapitre 09, pp 129, 2006.
- [7] H. Saadet, Power System Analysis, Mcgraw-hill, ISBN 0-07-561634-3, pp 718. 1999.
- [8] S. Sivanagaraju, G. Sreenivasan, power system operation and control, Pearson, ISBN 9788131726624, pp 925, 2009.
- [9] D.P. Kothari, Modern Power System Analysis, Mcgraw-hill, pp 795, 2011.
- [10] Allen J. Wood Bruce F. Wollenberg Gerald B. Sheblé, power generation, operation, and control, Wiley, pp 685, 2014.
- [11] M. E. El-Hawary, Electrical Power Systems, Wiley, ISBN 0-7803-1140-X, pp 799, 1995.
- [12] M.A.Pai, D. Chatterjee, computer techniques in power system analysis, Mcgraw-hill, pp 304, 2014.
- [13] Turan Gonen, modern power system analysis, CRC press, pp 725, 2013.
- [14] M.S. Thomas and JMC. Donald, Power système scada and smart grids, CRC Press, ISBN 13: 978-1-4822-2675-1, pp 336, 2015.