

Ecole Supérieure en Génie Electrique et Energétique Oran

Polycopié de Cours

2ème Année classes préparatoires en Sciences et Technologie
(Semestre 3)

Electricité Générale (UEF213)

Auteur principal :

Dr. BENOUAR Ali Maître de conférences classe A

Auteur Associé :

Dr. AHMED BACHA Reda Maître de conférences classe A

2020 - 2021

Objectifs

- Donner les fondements de l'électricité.
- Apprendre les notions théoriques.
- Apprentissage de quelques lois de l'électricité.
- Se familiariser avec certaines applications importantes en électronique.

Sommaire

| | |
|-----------|----|
| Objectifs | I |
| Sommaire | II |

Chapitre 01 : Etude des circuits monophasés

| | |
|---|----|
| 1- Définitions | 01 |
| 1.1- Le signal électrique | 01 |
| 1.1.1- Les signaux analogiques | 01 |
| 1.1.3- Les signaux logiques | 01 |
| 1.2- Le régime sinusoïdal | 02 |
| 2- Représentation d'un signal sinusoïdal : | 03 |
| 2.1- Le diagramme de Fresnel : | 03 |
| 3- Les dipôles électriques: | 04 |
| 4. Rappels mathématiques sur les nombres complexes : | 05 |
| 4.1- Opérations sur les nombres complexes | 06 |
| 5. Généralisation de la loi d'Ohm : | 07 |
| 5.1- Impédance complexe : | 07 |
| 5.2- Admittance complexe | 07 |
| 5.3- Impédances et admittances complexes des dipôles élémentaires (R, L, C) : | 08 |
| 6. Association en série : | 09 |
| 6.1.2- Pont diviseur de tension : | 10 |

Chapitre 02 : Puissances électriques en monophasé

| | |
|---|----|
| 2.1 La puissance électrique | 14 |
| 2.2 Energie électrique | 14 |
| 2.3 La Puissance en régime sinusoïdal | 14 |
| 2.3.1 La puissance instantanée | 14 |
| 2.3.2 La puissance instantanée des dipôles élémentaires | 15 |
| 2.3.3 La puissance active | 17 |
| 2.3.4 La puissance réactive | 17 |
| 2.3.5 La puissance apparente | 18 |
| 2.3.6 Triangle de puissance | 19 |

2.3.7 Méthode de BOUCHEROT :

Chapitre 03 : Lois fondamentales des circuits électriques en régime alternatif Puissances électriques en monophasé

| | |
|-------------------------------|----|
| 3.1 Circuit électrique | 21 |
| 3.2 Dipôle électrique | 21 |
| 3.3 Lois de Kirchhoff | 21 |
| 3.1.1 Loi des mailles | 21 |
| 3.1.2 Loi des nœuds | 22 |
| 3.4 Théorème de superposition | 22 |
| 3.5 Théorème de Thevenin | 23 |
| 3.6 Théorème de Norton | 24 |
| 3.7 Théorème de Kenneley | 25 |

Chapitre 04 : Circuit triphasé

| | |
|---------------------------------------|----|
| 4.1 Système triphasé | 27 |
| 4.2 Tensions composées | 27 |
| 4.3 Tensions simples | 28 |
| 4.4 Vecteurs de FRESNEL associés | 28 |
| 4.5 Relation entre U et V | 29 |
| 4.6 Récepteurs triphasés équilibrés | 29 |
| 4.7 Couplage en triangle | 29 |
| 4.8 Couplage en étoile | 30 |
| 4.9 Puissances en triphasé | 30 |
| 4.10 Mesure de puissances en triphasé | 31 |
| Références | 34 |

Chapitre 1

Etude des circuits monophasés

Chapitre 01 : Etude des circuits monophasés

1- Définitions

1.1- Le signal électrique

Un signal électrique est une grandeur électrique qui varie dans le temps et peut transporter une information. Il est souvent divisé en deux signaux, des signaux analogiques et des signaux numériques.

1.1.1- Les signaux analogiques

Un signal analogique est une grandeur qui peut prendre une infinité des valeurs ou peut représenter une grandeur physique électrique (audio, vidéo, température,...).

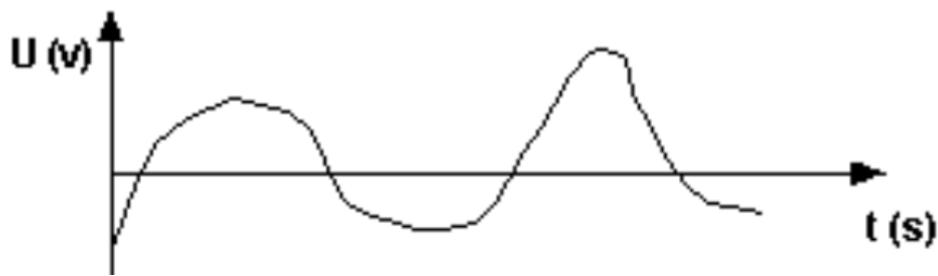


Fig.1.1 : signal analogique

1.1.3- Les signaux logiques

Un signal numérique est un signal qui ne peut prendre deux valeurs (0 ou 1). Ce sont les signaux de la logique binaire (état d'un interrupteur) (figure 1.2)

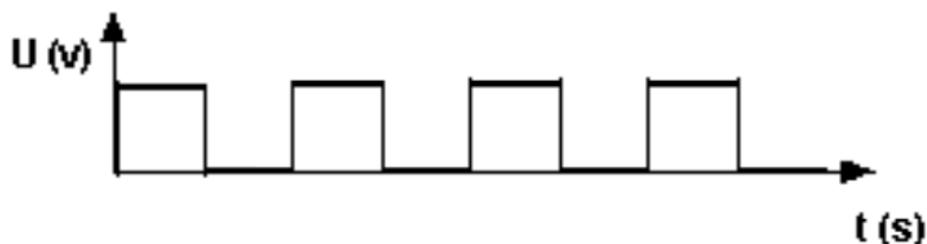


Fig.1.2 : signal logique

1.2- Le régime sinusoïdal

Une grandeur alternative sinusoïdale est une grandeur périodique qui évolue en fonction du temps comme une sinusoïde (figure 1.3).

$$s(t) = S_{Max} \sin(\omega t + \varphi)$$

- S_{Max} représente l'amplitude maximale de $s(t)$.
- L'unité de ω est [Rad/s]. Elle représente la pulsation

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- φ est la phase initiale (unité degré ou Radian).
- $\omega t + \varphi$ c'est la phase à l'instant t

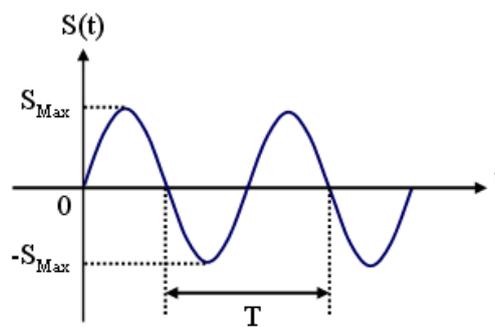


Fig.1.3 : Représentation temporelle d'un signal sinusoïdal

▪ Valeur efficace :

$$S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T S_{Max}^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt} = \frac{S_{Max}}{\sqrt{2}}$$

Pour la tension, un voltmètre mesure la *valeur efficace* de cette tension.

▪ Valeur moyenne :

$$S_{Moy} = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T S_{Max} \sin(\omega t + \varphi) dt = 0$$

2- Représentation d'un signal sinusoïdal :

2.1- Le diagramme de Fresnel :

La représentation de Fresnel (ou vectorielle) d'un signal $s(t) = S_{Max} \sin(\omega t + \varphi)$ est un vecteur \vec{S} , consiste à représenter le module S_{Max} , tournant dans le sens trigonométrique (antihoraire) à la vitesse angulaire ω .

Le vecteur de Fresnel associé à un signal $s(t)$ est défini de la façon suivante :

$$\vec{S} \begin{cases} \|\vec{S}\| = S_{Max} \\ (OX, \vec{S}) = \varphi \end{cases}$$

Le graphe de Fresnel est donné par :

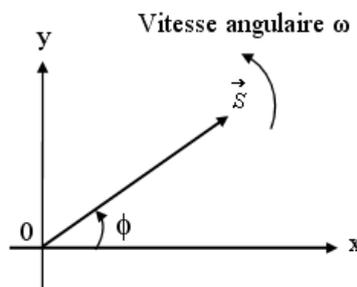


Fig.1.4 : Représentation de Fresnel d'un signal $s(t)$

Exemple d'application : Tracer le diagramme de Fresnel :

$$I_1(t) = 3\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_2(t) = \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

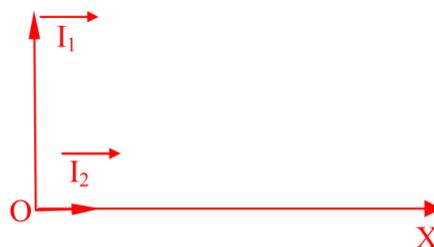


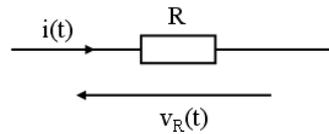
Fig.1.5 : Représentation de Fresnel des signaux $I_1(t)$ et $I_2(t)$

3- Les dipôles électriques:

Le courant $i(t)$ est donné par l'équation :

$$i(t) = I_{Max} \sin(\omega t)$$

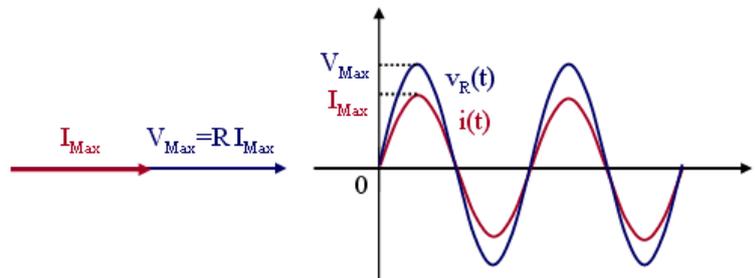
a) La résistance :



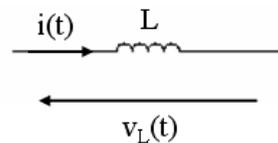
$$v_R(t) = R \times i(t)$$

$$v_R(t) = R \times I_{Max} \sin(\omega t) = V_{Max} \sin(\omega t)$$

R : n'introduit aucun déphasage entre la tension et le courant.



b) La bobine :



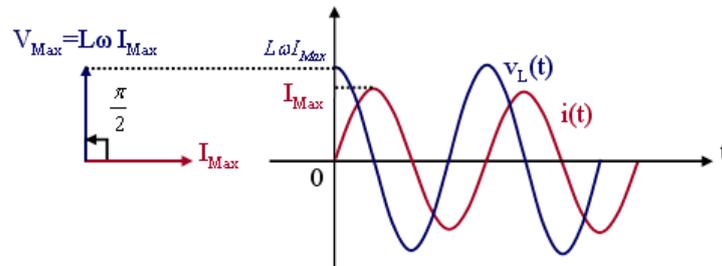
$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

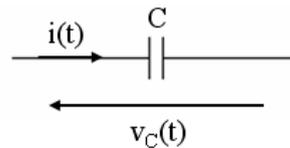
$$v_L(t) = L \times I_{Max} \times \omega \cos(\omega t) = L \omega I_{Max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_L(t) = V_{Max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

V_L est déphasé de $+\pi/2$ par rapport $i(t)$



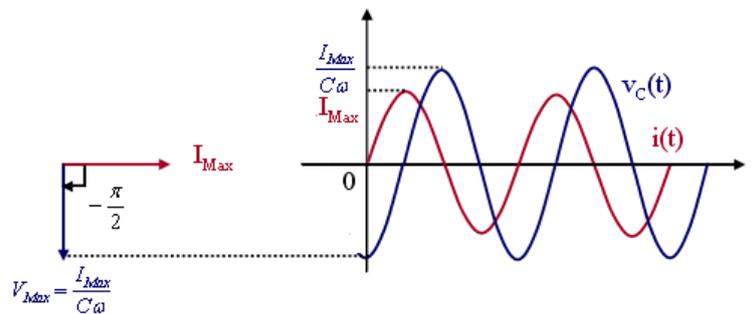
c) **Le condensateur :**



$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt = \frac{1}{C} \int I_{Max} \sin(\omega t) dt$$

$$v_C(t) = -\frac{I_{Max}}{C\omega} \cos(\omega t) = \frac{I_{Max}}{C\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$v_C(t)$ est *en retard* de $-\frac{\pi}{2}$ sur $i(t)$.



4. Rappels mathématiques sur les nombres complexes :

Les nombres complexes reposent sur la définition de la quantité $j^2 = -1$.

Un nombre complexe est défini par $z = a + jb$

- a : est la partie réelle de du nombre complexe.
- b : représente l'imaginaire de z

On trouve 03 écritures de Z :

$$\underline{Z} = a + jb.$$

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| (\cos\varphi + j\sin\varphi).$$

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| e^{j\varphi}.$$

Avec :

$$|\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

- L'argument de Z est le nombre φ définit :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

4.1- Operations sur les nombres complexes

a) Complexe conjugué

$$\underline{Z} = a + jb.$$

Le conjugué \underline{Z}^*

$$\underline{Z}^* = a - jb.$$

b) Produit

$$\underline{Z}_1 = a_1 + jb_1$$

$$\underline{Z}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = (a_1 + jb_1) \cdot (a_2 + jb_2) = (a_1a_2 - b_1b_2) + j(a_1b_2 + a_2b_1)$$

c) Addition

$$\underline{Z}_1 = a_1 + jb_1$$

$$\underline{Z}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

5. Généralisation de la loi d'Ohm :

5.1- Impédance complexe :

Dans le régime continu (loi d'Ohm):

$$R = \frac{V}{I}$$

En régime sinusoïdal

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = \frac{V_{Max} e^{j\varphi_v}}{I_{Max} e^{j\varphi_i}} = \frac{V_{Max}}{I_{Max}} e^{j(\varphi_v - \varphi_i)} = |\underline{Z}| e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z} = [|\underline{Z}| [\Omega]; \varphi] \quad \text{Avec : } |\underline{Z}| = \frac{V_{Max}}{I_{Max}} = \frac{V_{eff}}{I_{eff}} \quad \text{et } \varphi = \varphi_v - \varphi_i$$

- $|\underline{Z}|$ est exprimé en Ohm.
- φ est exprimé en radian.

5.2- Admittance complexe

\underline{Y} : C'est l'admittance complexe est donnée par :

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{V}} = \frac{1}{\underline{Z}} = |\underline{Y}| e^{j\theta} = |\underline{Y}| e^{-j\varphi}$$

$$\underline{Y} = \left[\frac{1}{|\underline{Z}|} [\Omega^{-1}]; \theta \right] \quad \text{Avec : } |\underline{Y}| = \frac{I_{Max}}{V_{Max}} \quad \text{et } \theta = -\varphi = \varphi_i - \varphi_v$$

- L'unité du module de l'admittance $|\underline{Y}|$ c'est Siemens.
- θ est égale au déphasage de l'argument avec un signe négatif. Son unité est degré ou Radian.

Les deux paramètres (Z et Y), peuvent s'écrire sous la forme exponentielle (polaire) par le module et l'argument.

- la résistance R (en Ohm) représente la partie réelle de l'impédance.
- la réactance X c'est la partie imaginaire. X s'exprime en Ω .
- la conductance et la susceptance sont deux termes de l'admittance.

5.3- Impédances et admittances d'un circuit (R, L, C) :

a) La résistance :

$$v_R(t) = R \times i(t)$$

En amplitudes complexes :

$$\underline{V}_R = R \times \underline{I} \Rightarrow \underline{Z}_R = \frac{\underline{V}_R}{\underline{I}} = R$$

Pour une résistance, l'impédance complexe est égale à R :

$$\underline{Z}_R = R = [R; \varphi_R = 0]$$

L'impédance complexe d'une résistance est purement *réelle* : la *réactance nulle*.

L'admittance est :

$$\underline{Y}_R = \frac{1}{R} = \left[\frac{1}{R}; 0 \right]$$

b) La bobine :

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

En termes d'amplitudes complexes :

$$\underline{V}_L = L \frac{d\underline{I}(t)}{dt} = jL\omega \underline{I} \Rightarrow \underline{Z}_L = \frac{\underline{V}_L}{\underline{I}} = jL\omega$$

$$\underline{Z}_L = jL\omega = L\omega e^{j\frac{\pi}{2}} = \left[L\omega; \varphi_L = \frac{\pi}{2} \right]$$

L'impédance complexe d'une bobine est purement *imaginaire* et *positive* : la *réactance inductive*.

L'admittance est :

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{jL\omega} = -\frac{j}{L\omega} = \frac{1}{L\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \left[\frac{1}{L\omega}; -\frac{\pi}{2} \right]$$

c) **Le condensateur :**

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$$

$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$\underline{I} = jC\omega \underline{V}_c = e^{j\frac{\pi}{2}} C\omega \underline{V}_c \Rightarrow \underline{Z}_c = \frac{\underline{V}_c}{\underline{I}} = \frac{1}{jC\omega}$$

l'impédance d'une capacité s'écrit :

$$\underline{Z}_c = \frac{1}{jC\omega} = -j \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \left[\frac{1}{C\omega}; \varphi_c = -\frac{\pi}{2} \right]$$

L'impédance complexe d'un condensateur est purement *imaginaire* et *négative* : la *réactance capacitive*.

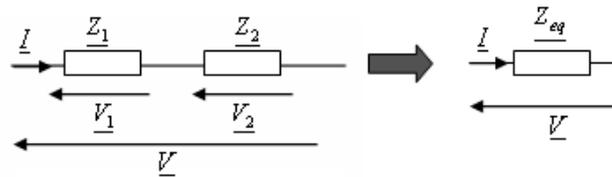
L'admittance est :

$$\underline{Y}_c = jC\omega = C\omega e^{j\frac{\pi}{2}} = \left[C\omega; \frac{\pi}{2} \right]$$

6. Association en série :

6.1.1- Définition :

Si deux impédances sont *en série*, le *même courant* les traverse, les tensions s'additionnent.



$$\underline{V}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I} \quad \text{et} \quad \underline{V}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}$$

$$\underline{V} = \underline{V}_1 + \underline{V}_2 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \underline{I} = \underline{Z}_{eq} \underline{I} \Rightarrow \underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

Dans le cas, de plusieurs impédances :

$$\underline{Z}_{eq} = \sum_{k=1}^N \underline{Z}_k$$

6.1.2- Diviseur de tension :

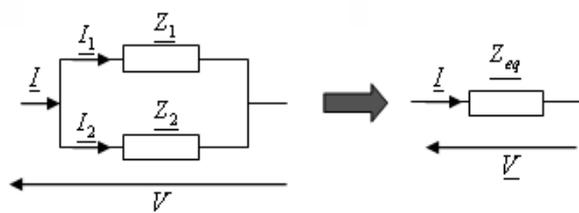
$$\underline{V}_1 = \underline{V} \left(\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right) \quad \text{et} \quad \underline{V}_2 = \underline{V} \left(\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right)$$

$$\underline{V}_k = \underline{V} \left(\frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dots + \underline{Z}_N} \right)$$

6.2- Association des impédances en parallèle :

6.2.1- Définition :

Pour les impédances en parallèle, possèdent la même tension. Les courants se divisent entre les deux branches.



$$\underline{V} = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \quad \text{et} \quad \underline{V} = \underline{Z}_2 \underline{I}_2$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \right) \underline{V} = \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} \underline{V} \Rightarrow \frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \Rightarrow \underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Pour le cas, plusieurs impédances placées en parallèle :

$$\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\underline{Z}_k}$$

6.2.2- Pont diviseur de courant :

Dans un montage à plusieurs branches en parallèle, le courant total se divise entre les courants des branches.

$$\underline{I}_1 = \underline{I} \left(\frac{1/\underline{Z}_1}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2} \right) = \underline{I} \left(\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right)$$

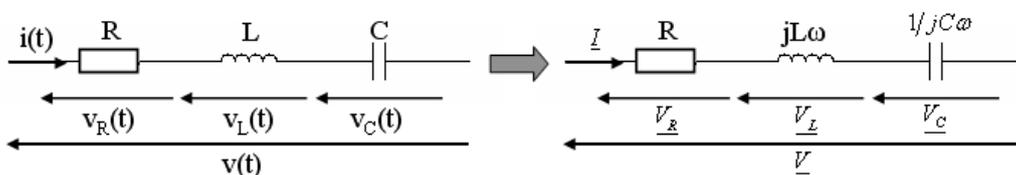
$$\underline{I}_2 = \underline{I} \left(\frac{1/\underline{Z}_2}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2} \right) = \underline{I} \left(\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right)$$

Pour plusieurs branches en parallèle :

$$\underline{I}_k = \underline{I} \left(\frac{1/\underline{Z}_k}{1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 + 1/\underline{Z}_3 + \dots + 1/\underline{Z}_N} \right)$$

Exemple :

Etude d'un circuit RLC série :



Le courant $i(t)$ c'est le même courant dans les trois dipôles, $v(t)$ est donnée :

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$\underline{V} = \underline{V}_R + \underline{V}_L + \underline{V}_C$$

$$\underline{V} = R \cdot \underline{I} + jL\omega \underline{I} + \frac{1}{jC\omega} \underline{I} = \left(R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right) \underline{I} = \underline{Z}_{eq} \cdot \underline{I}$$

L'impédance totale :

$$\underline{Z}_{eq} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)$$

$$\underline{Z}_{eq} = \left[\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} ; \arctan \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}{R} \right]$$

- Si $\varphi = 0$: $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$.

L'impédance \underline{Z}_{eq} a un comportement *résistif*.

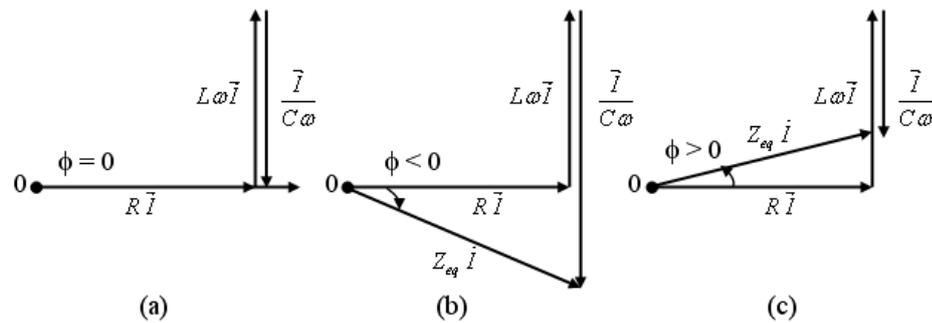
- Si $\varphi > 0$: $L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0 \Rightarrow L\omega > \frac{1}{C\omega}$.

L'impédance \underline{Z}_{eq} a un comportement *inductif*.

- Si $\varphi < 0$: $L\omega - \frac{1}{C\omega} < 0 \Rightarrow L\omega < \frac{1}{C\omega}$.

L'impédance \underline{Z}_{eq} a un comportement *capacitif*.

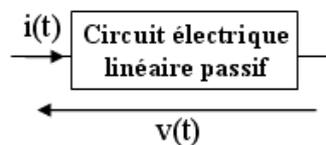
- *Le diagramme de Fresnel du montage* :



Résumé :

$$v(t) = V_{Max} \sin(\omega t + \varphi_v)$$

$$i(t) = I_{Max} \sin(\omega t + \varphi_i)$$



$$\underline{v}(t) = V_{Max} e^{j(\omega t + \varphi_v)} = V_{Max} e^{j\omega t} e^{j\varphi_v} = \underline{V} e^{j\omega t}$$

$$\underline{i}(t) = I_{Max} e^{j(\omega t + \varphi_i)} = I_{Max} e^{j\omega t} e^{j\varphi_i} = \underline{I} e^{j\omega t}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = \frac{V_{Max}}{I_{Max}} e^{j(\varphi_v - \varphi_i)} = \frac{V_{Max}}{I_{Max}} e^{j\varphi} = |\underline{Z}| e^{j\varphi} = R + jX$$

$$\text{Avec : } |\underline{Z}| = \frac{V_{Max}}{I_{Max}} = \frac{V_{eff}}{I_{eff}} \text{ et } \varphi = \varphi_v - \varphi_i.$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{I_{Max}}{V_{Max}} e^{j(\varphi_i - \varphi_v)} = \frac{I_{Max}}{V_{Max}} e^{-j\varphi} = \frac{1}{|\underline{Z}|} e^{-j\varphi} = |\underline{Y}| e^{j\theta} = G + jB$$

$$\text{Avec : } |\underline{Y}| = \frac{I_{Max}}{V_{Max}} = \frac{I_{eff}}{V_{eff}} \text{ et } \theta = -\varphi = \varphi_i - \varphi_v.$$

Chapitre 2

Puissances électriques en monophasé

Chapitre 02 : Puissances électriques en monophasé

2.1 La puissance électrique

La puissance en jeu à l'intérieur d'un récepteur (ou générateur) est donnée par la relation :

$$P = V I$$

2.2 Energie électrique

L'énergie électrique E consommée par un appareil électrique fonctionnant avec une puissance P pendant une durée t s'exprime par la relation :

$$E = P \cdot t$$

2.3 La Puissance en régime sinusoïdal

2.3.1 La puissance instantanée

La puissance instantanée (en watt) consommée par un dipôle est définie comme le produit de l'intensité du courant $i(t)$ par la tension $u(t)$.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

- si $p(t) > 0$, alors il s'agit d'une puissance consommée par le dipôle → dipôle récepteur
- si $p(t) < 0$, alors il s'agit d'une puissance fournie par le dipôle → dipôle générateur.

En régime alternatif sinusoïdal les grandeurs électriques se mettent sous la forme :

$$u(t) = \sqrt{2} U_{\text{eff}} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad \text{et} \quad i(t) = \sqrt{2} I_{\text{eff}} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

D'où

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2 U_{\text{eff}} \sin(\omega t + \varphi_u) I_{\text{eff}} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Sachant que

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi_u - \varphi_i) + U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

Elle est composée de deux termes :

- le premier terme représente la puissance active
- le deuxième terme représente la puissance fluctuante.

2.2.1 La puissance instantanée des dipôles élémentaires

D'une façon générale, le courant absorbé par la charge peut être représenté de la façon suivante :

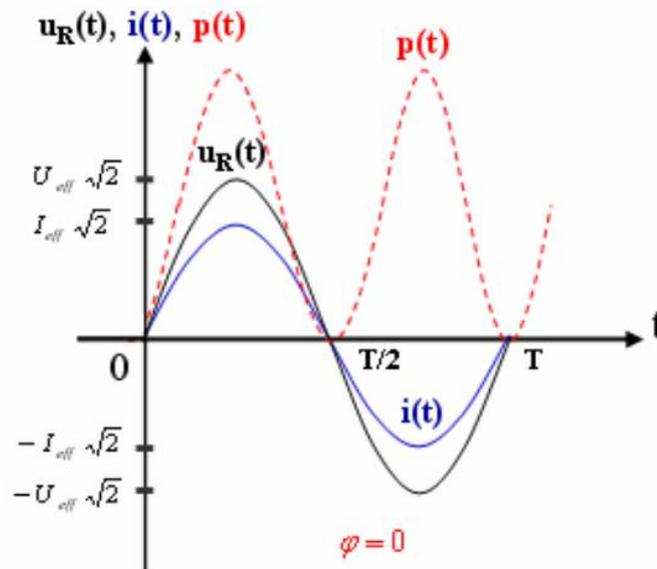
$$i(t) = \sqrt{2} I_{\text{eff}} \sin(\omega t)$$

- Dans une résistance

$$u(t) = R \cdot i(t) = R \cdot \sqrt{2} I_{\text{eff}} \sin(\omega t)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2 R I_{\text{eff}}^2 \sin^2(\omega t)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = R I_{\text{eff}}^2 (1 - \cos 2\omega t)$$

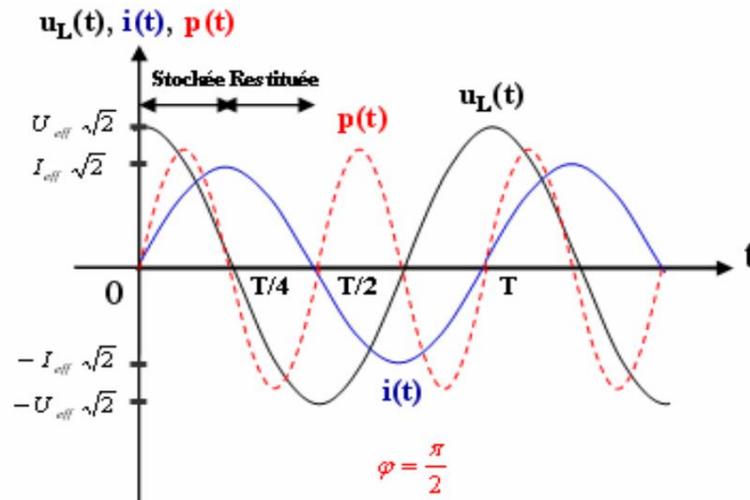


- Dans une bobine

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \omega \sqrt{2} I_{\text{eff}} \cos(\omega t)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2L \omega I_{\text{eff}}^2 \cos(\omega t) \cdot \sin \omega t$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = L \omega I_{\text{eff}}^2 \sin(2\omega t)$$

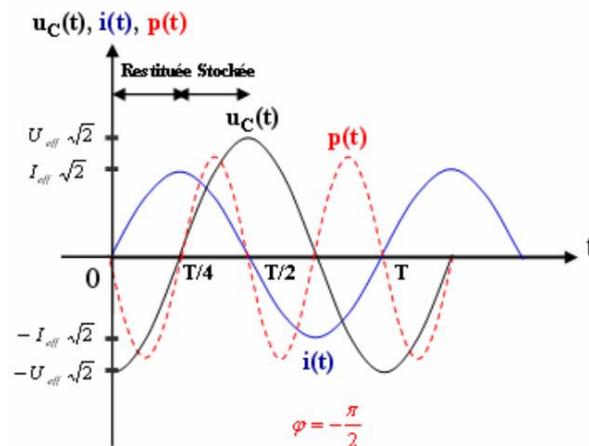


- Dans un condensateur

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt = -\frac{\sqrt{2} I_{\text{eff}}}{C \omega} \cos(\omega t)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = -2 \frac{1}{C \omega} I_{\text{eff}}^2 \cos(\omega t) \cdot \sin \omega t$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = -\frac{1}{C \omega} I_{\text{eff}}^2 \sin(2\omega t)$$



2.2.2 La puissance active

La puissance active (notée P , en Watts) s'exprime par :

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi)$$

- Dans une résistance

$$P_R = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(0) = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

- Dans une bobine

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

- Dans un condensateur

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

2.2.3 La puissance réactive

On appelle puissance réactive (notée Q , en VAR ou volts-ampères-réactifs, prononcer var) la composante de la puissance apparente représentant la composante réactive du courant :

$$Q = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin(\varphi)$$

- Dans une résistance

$$Q_R = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin(0) = 0$$

- Dans une bobine

$$Q_L = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

- Dans un condensateur

$$Q_C = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

2.2.4 La puissance apparente

La puissance apparente est exprimée en VA, notée S est donnée par la relation suivante :

$$S = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$$

- Dans une résistance

$$S_R = \sqrt{P_R^2 + Q_R^2} = R I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$$

- Dans une bobine

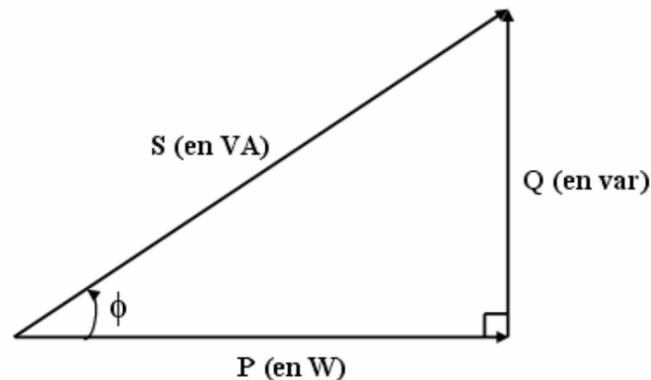
$$S_L = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = L \omega I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{L \omega}$$

- Dans un condensateur

$$S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = C \omega U_{\text{eff}}^2 = \frac{I_{\text{eff}}^2}{C \omega}$$

2.2.5 Triangle de puissance

Les formules donnant P, Q et S montrent que ces trois grandeurs peuvent être portées sur les côtés d'un triangle rectangle comme suit :



2.2.6 Méthode de BOUCHEROT :

La puissance active totale consommée est égale à la somme arithmétique des puissances actives consommées par chaque récepteur :

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

La puissance réactive totale consommée est la somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque récepteur

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

Par contre les puissances apparentes ne se conservent pas.

$$S_T \neq S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

Chapitre 3

*Lois fondamentales des circuits électriques
en régime alternatif Puissances électriques
en monophasé*

Chapitre 03 : Lois fondamentales des circuits électriques en régime alternatif

Puissances électriques en monophasé

3.1 Circuit électrique

On définit un circuit électrique comme un ensemble des dipôles reliés par des fils. Il comporte généralement, des générateurs de courant et des tensions.

3.2 Dipôle électrique

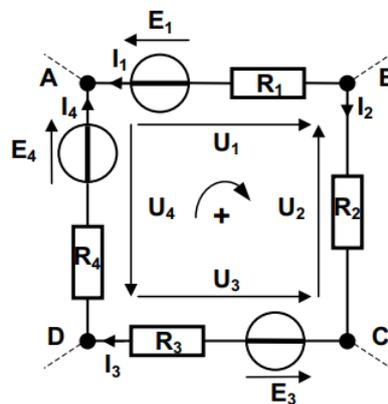
Le dipôle électrique est défini comme une partie de circuit comporte deux bornes. L'association des dipôles forme les réseaux électriques. Les dipôles actifs représentent les générateurs et les dipôles qui consomment de l'énergie sont passifs.

3.3 Lois de Kirchhoff

3.1.1 Loi des mailles

La somme algébrique des tensions le long d'une maille est nulle.

Exemple

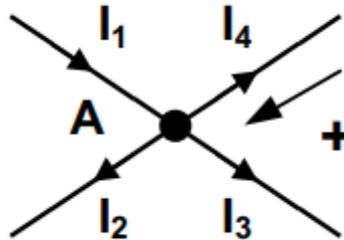


$$U_1 - U_2 - U_3 - U_4 = 0$$

3.1.2 Loi des nœuds

La somme algébrique des courants qui arrivent à un nœud (ou qui en partent) est nulle.

Exemple

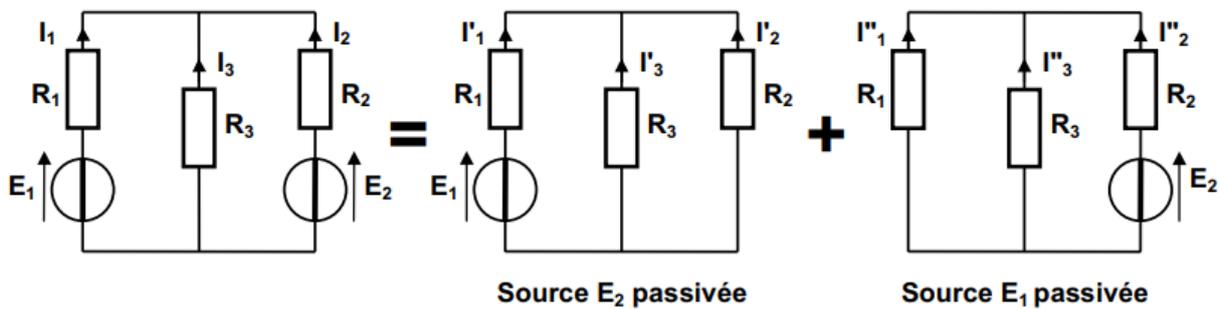


$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

3.4 Théorème de superposition

Dans un circuit électrique comportant plusieurs générateurs (sources), le courant (ou la tension) est égal à la somme algébrique des courants (ou des tensions) obtenus dans cette branche lorsque le circuit soumis à une seule source (les autres sources sont passivées).

Exemple



$$I_1 = I'_1 + I''_1$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

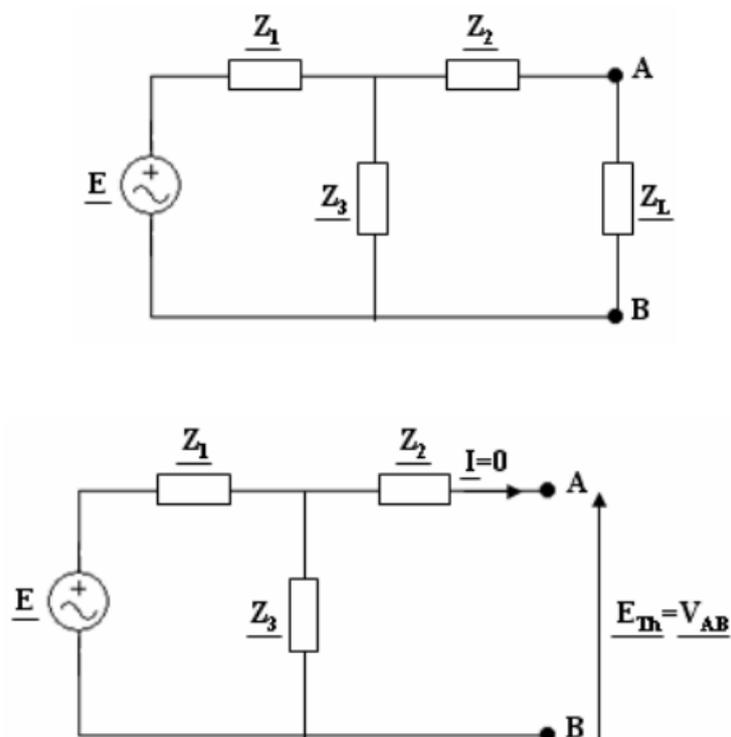
$$I_3 = I'_3 + I''_3$$

3.5 Théorèmes de Thévenin

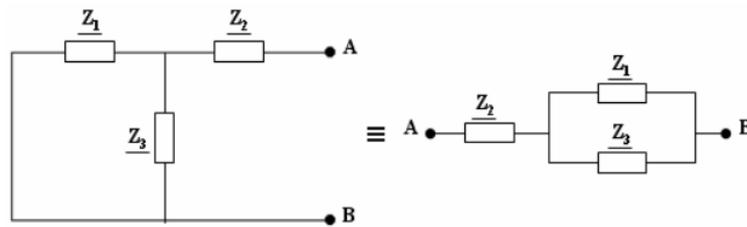
Tout circuit électrique peut être modélisé par une source de tension appelée E_{Th} en série avec une impédance Z_{Th} .

- L'impédance Z_{Th} est égale à l'impédance mesurée entre A et B quand la charge Z_L est débranchée les sources indépendantes sont passivées.
- La valeur de la source de Thévenin E_{Th} est égale à la tension à vide (la charge étant débranchée).

Exemple



$$\underline{E}_{Th} = \underline{V}_{AB} = \underline{V}_{Z_3} = \underline{E} \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$



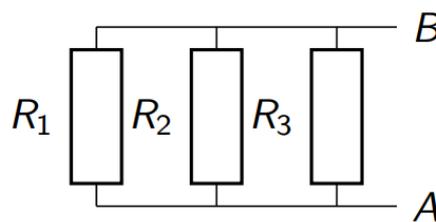
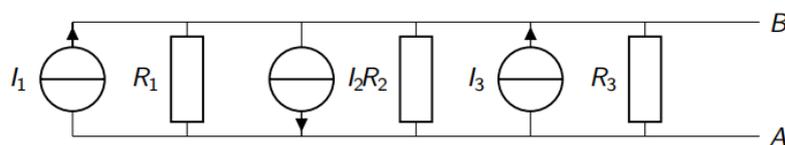
$$\underline{Z}_{Th} = \underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 // \underline{Z}_3) = \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \times \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \times \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

3.6 Théorème de Norton

Tout circuit électrique linéaire, peut être remplacé par un générateur de courant I_N en parallèle avec une impédance Z_N

- I_N est le courant mesuré entre les bornes A et B lorsqu'elles sont court-circuitées.
- Z_N est égale à l'impédance mesurée entre A et B (elle s'obtient de la même façon que celle du théorème de Thévenin).

Exemple



$$\frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

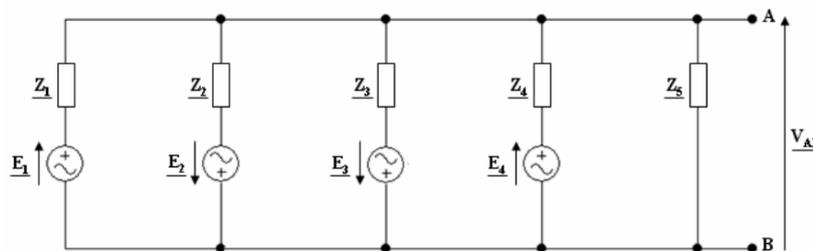
$$I_N = I_1 + I_2 + I_3$$

3.7 Théorème de Millman

La tension en un point d'un réseau est égale à la somme des tensions respectivement multipliées par l'inverse de l'impédance de la branche divisé par la somme de l'inverse de toutes les impédances connectées.

$$V_M = \frac{\sum_{k=1}^N E_k Y_k}{\sum_{k=1}^N Y_k} = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{Z_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{Z_k}}$$

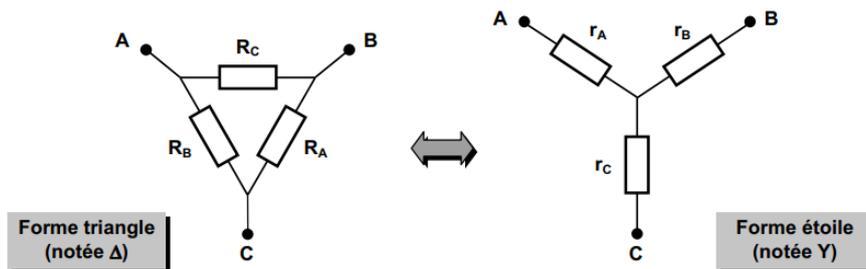
Exemple



$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{Z_1} - \frac{E_2}{Z_2} - \frac{E_3}{Z_3} + \frac{E_4}{Z_4} + \frac{0}{Z_5}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5}}$$

3.8 Théorème de Kennelly

Le théorème de KENNELLY permet le passage d'un circuit étoile en un circuit équivalent en forme de triangle ou d'un circuit triangle en circuit équivalent en forme d'étoile.



- Passage du circuit triangle au circuit étoile :

$$r_A = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_B = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_C = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

- Passage du circuit étoile au circuit triangle

$$R_A = \frac{r_A \cdot r_B + r_A \cdot r_C + r_B \cdot r_C}{r_A}$$

$$R_B = \frac{r_A \cdot r_B + r_A \cdot r_C + r_B \cdot r_C}{r_B}$$

$$R_C = \frac{r_A \cdot r_B + r_A \cdot r_C + r_B \cdot r_C}{r_C}$$

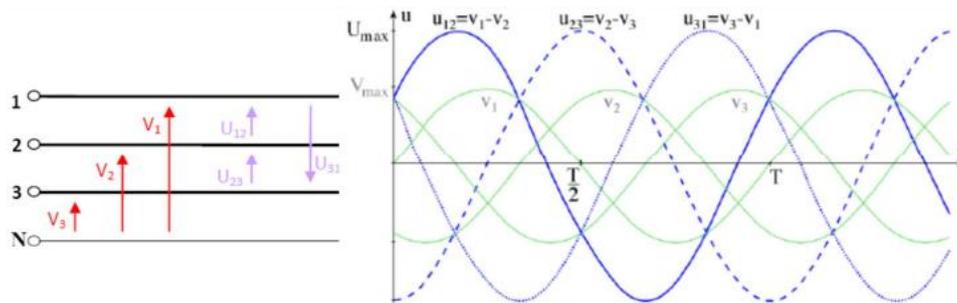
Chapitre 4

Circuit triphasé

Chapitre 04 : Circuit triphasé

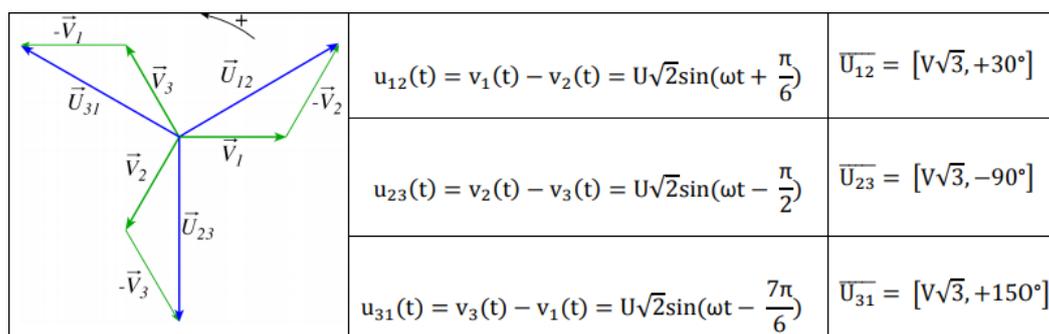
4.1 Système triphasé

Une tension triphasé est défini comme un réseau à trois tensions sinusoïdales de même fréquence et déphasées de 120°. Le système est équilibré si le réseau possède une valeur efficace identique pour les trois tensions.



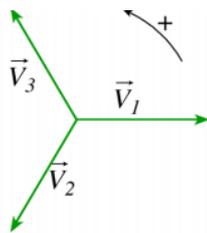
4.2 Tensions composées

Les tensions composées sont les tensions U_{12} , U_{23} et U_{13} est les tensions mesurées entre deux phases (respectivement entre la borne 1 et 2, entre les bornes 2 et 3 et entre la borne 3 et 1).



4.3 Tensions simples

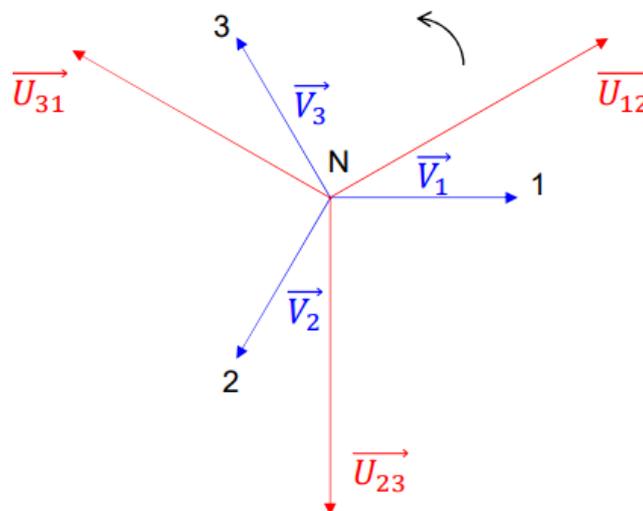
On définit la tension simple (V_1 , V_2 ou V_3) par la tension mesurée entre une phase et le neutre. Les trois tensions simples ont la même valeur efficace V et la même pulsation ω .



| | |
|---|-------------------------------|
| $v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$: Référence de phase | $\bar{V}_1 = [V, 0^\circ]$ |
| $v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ | $\bar{V}_2 = [V, -120^\circ]$ |
| $v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$ | $\bar{V}_3 = [V, -240^\circ]$ |

4.4 Vecteurs de FRESNEL associés

- Les 3 vecteurs ont même module
- Les tensions sont déphasées de $2\pi/3$ (système équilibré)
- La somme des 3 tensions est nulle
- Les tensions composées sont en quadrature retard par rapport aux tensions simples.



4.5 Relation entre U et V

La tension composée et la tension simple sont liées par la relation suivante :

$$U_{12} = V_1 - V_2$$

$$U_{23} = V_2 - V_3$$

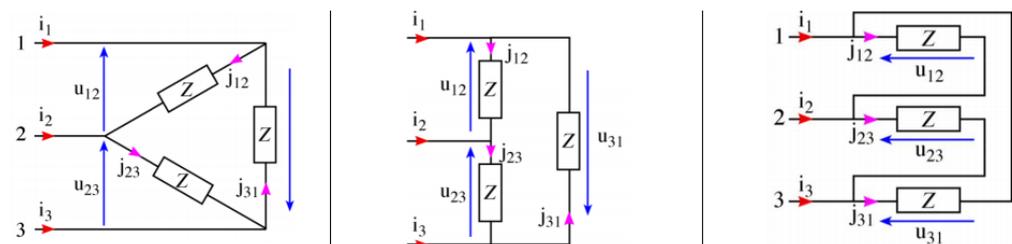
$$U_{13} = V_1 - V_3$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{U/2}{V} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow U = \sqrt{3}V$$

4.6 Récepteurs triphasés équilibrés

- **Récepteurs triphasés** : ce sont des récepteurs constitués de trois dipôles identiques, d'impédance Z .
- **Equilibré** : car les trois éléments sont identiques.
- **Courants par phase J** : ce sont les courants qui traversent les éléments Z du récepteur triphasé.
- **Courants en ligne I** : ce sont les courants qui passent dans les fils du réseau triphasé.

4.7 Couplage en triangle

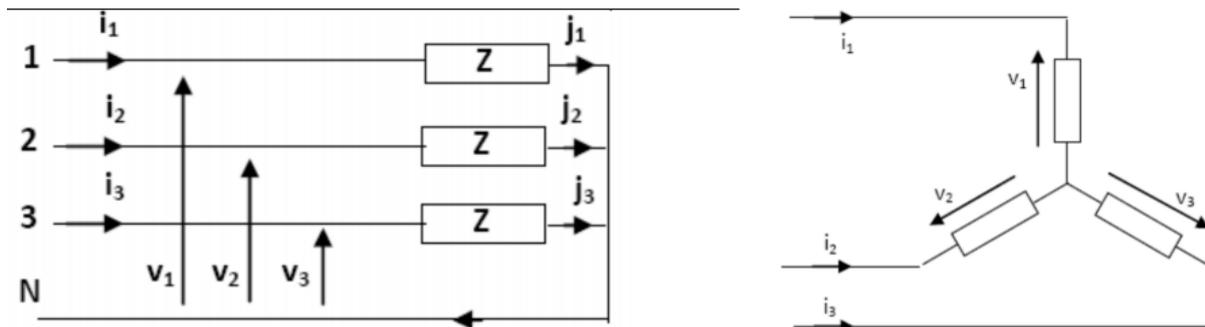


En couplage triangle, le dipôle est soumis à deux tensions de phase et traversé par le courant de phase J . Il n'y a pas de neutre dans le couplage triangle.

$$I = J\sqrt{3}$$

$$U = ZJ$$

4.8 Couplage en étoile



Dans le couplage étoile, chaque récepteur est relié entre la phase et le neutre du réseau en triphasé revient à réaliser une étoile à trois branches avec les 3 phases. Les trois récepteurs possèdent la même impédance Z , ce qui fait que le courant de phase est le même que le courant de ligne $I = J$.

$$V = Z \cdot I$$

$$I = J$$

$$U = V \cdot \sqrt{3}$$

4.9 Puissances en triphasé

- En montage triangle

la puissance active :

Pour une phase de récepteur

$$P_1 = U \cdot J \cos(\varphi)$$

Pour le récepteur complet

$$P = 3P_1 = 3U \cdot J \cos(\varphi) = \sqrt{3}UI \cos(\varphi) \text{ avec } I = \sqrt{3}J$$

La puissance réactive

$$Q = \sqrt{3}UI \sin(\varphi)$$

La puissance apparente

$$S = \sqrt{3}UI$$

- **En montage étoile**

la puissance active :

Pour une phase de récepteur

$$P_1 = U \cdot I \cos(\varphi)$$

Pour le récepteur complet

$$P = 3P_1 = 3U \cdot I \cos(\varphi) = \sqrt{3}UI \cos(\varphi) \text{ avec } V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

La puissance réactive

$$Q = \sqrt{3}UI \sin(\varphi)$$

La puissance apparente

$$S = \sqrt{3}UI$$

Exemple

Un moteur triphasé absorbe au réseau une puissance de 2,8 kW sous $3 \times 400 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$, $\cos(\phi) = 0,85$. Ses enroulements sont couplés en étoile. Calculez :

- 1- La tension aux bornes de chaque enroulement.
- 2- L'intensité du courant de ligne.
- 3- L'intensité du courant dans chaque enroulement.
- 4- La puissance réactive.

Solution

1-

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230V$$

2-

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U \cos(\varphi)} = \frac{2800}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,85} = 4,76A$$

3-

$$I = J = 4,76A$$

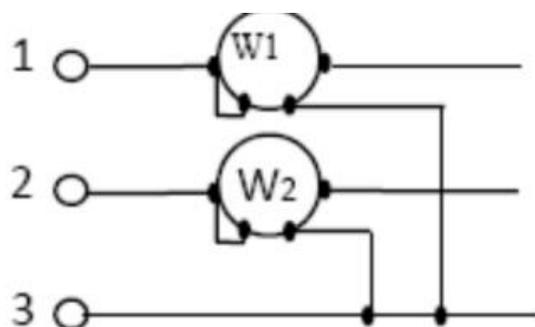
4-

$$Q = \sqrt{3}UI \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 4,76 \cdot 0,52 = 1730VAR$$

4.10 Mesure de puissances en triphasé

- **Méthode de deux wattmètres**

La méthode des deux wattmètres est valable pour tout système triphasé ;



Le wattmètre W_1 est soumis à I_1 et U_{13} : $P_1 = U_{13} I_1 \cos(U_{13}, I_1) = UI \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$.

Le wattmètre W_2 est soumis à I_2 et U_{23} : $P_2 = U_{23} I_2 \cos(U_{23}, I_2) = U I \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$.

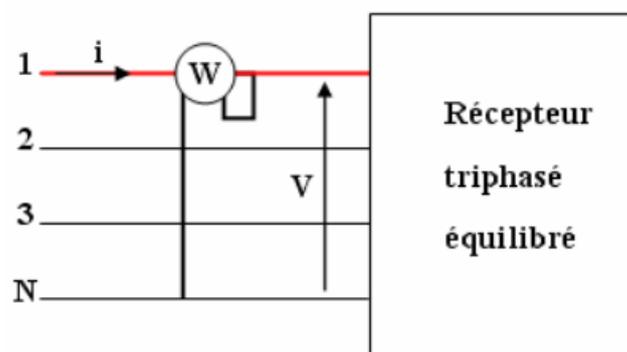
$$P = P_1 + P_2 = UI \left(\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \right) = 2UI \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cos(\varphi) = \sqrt{3} UI \cos(\varphi)$$

$$P_1 - P_2 = UI \left(\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \right) = 2UI \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \sin(\varphi) = UI \sin(\varphi) = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \quad \text{et} \quad \tan(\varphi) = \frac{Q}{P}$$

- **Méthode d'un seul wattmètre**

Le schéma ci-dessous montre la Méthode d'un seul:



Le wattmètre branché de cette façon mesure (puissance lue) : $P' = V I \cos(\varphi)$.

La puissance du récepteur s'exprime (puissance absorbée) : $P = \sqrt{3} UI \cos(\varphi)$.

Références

Références

- [1] L. Lasse, Exercices et problèmes d'électrotechnique: Notions de base, réseaux et Machines électriques, Dunod, 2011
- [2] Gabriel Cormier, Techniques d'analyse de circuits, http://www8.umoncton.ca/umcm-cormier_gabriel/Circuits/GELE2112_Notes3.pdf.
- [3] Ali Gougam, les courant alternatifs, <https://fphy.usthb.dz/IMG/pdf/partie4.pdf>
- [4] https://elearning.esgee-oran.dz/pluginfile.php/4272/mod_resource/content/1/ELEC1-VF-ALIANE.pdf
- [5] http://www.est-usmba.ac.ma/Chapitre_regime_triphasé.pdf
- [6] A. EDMSTER. "Théorie des circuits électriques", SERIE SCHAUM, ISSN : 0769-2727. 1994.
- [7] M. Amari "Circuits électriques: Cours ", Saint Honoré Editions (22 Mars 2018), ISBN-10: 0724014620
- [8] Systèmes triphasés équilibrés : Terminale STI, 1999
- [9] Electricité générale, Nappati Tahar, Dunod, Juin2004